

高二数学小题精炼 (21.4.7)

一、单选题

1. 函数 $f(x) = x + \frac{3}{x} + 2\ln x$ 的单调递减区间是()

- A. $(-3, 1)$ B. $(0, 1)$ C. $(-1, 3)$ D. $(0, 3)$

【答案】B

2. 从 4 名男生和 3 名女生中选出 3 人，分别从事三项不同的工作，若这 3 人中至少有 1 名女生，则选派方案共有()

- A. 108 种 B. 186 种 C. 216 种 D. 270 种

【答案】B

3. 航空母舰“辽宁舰”将进行一次编队配置科学试验，要求 2 艘攻击型核潜艇一前一后，3 艘驱逐舰和 3 艘护卫舰分列左右，每侧 3 艘，同侧不能都是同种舰艇，则舰艇分配方案的方法数为()

- A. 72 B. 324 C. 648 D. 1296

【答案】D

4. 关于函数 $f(x) = a\ln x + \frac{2}{x}$ ，下列判断错误的是()

A. 函数 $f(x)$ 的图像在点 $x=1$ 处的切线方程为 $(a-2)x - y - a + 4 = 0$

B. $x = \frac{2}{a}$ 是函数 $f(x)$ 的一个极值点

C. 当 $a=1$ 时， $f(x) \geq \ln 2 + 1$

D. 当 $a=-1$ 时，不等式 $f(2x-1) - f(x) > 0$ 的解集为 $(\frac{1}{2}, 1)$

【答案】B

二、多选题

5. 在复平面内，一个平行四边形的 3 个顶点对应的复数分别是 $1+2i$ ， $-2+i$ ， 0 ，

则第四个顶点对应的复数可以是()

- A. $3-i$ B. $-1+3i$ C. $3+i$ D. $-3-i$

【答案】BCD

6. 下列函数中，直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ ($b \in \mathbb{R}$) 能作为其切线的有()

A. $y = \sin x$

B. $y = \frac{1}{x}$

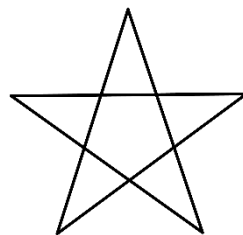
C. $y = x \ln x$

D. $y = e^x + x$

三、填空题

7. 函数 $f(x) = \frac{e^x}{x}$ 单调递减区间是_____.

【答案】 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, 1)$ (或写成 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, 1]$)



8. 现有红、黄、蓝三种颜色，对如图所示的正五角星的内部涂色（分割成六个不同部分），要求每个区域涂一种颜色且相邻部分（有公共边的两个区域）的颜色不同，则不同的涂色方案有_____种。（用数字作答）.

【答案】96

高二数学小题精炼 (21.4.9)

一、单选题

1. 从7个人中选3个人参加演讲比赛, 则不同的选法种数为 ()
A. 21 B. 30 C. 35 D. 40

【答案】C

2. 函数 $f(x)=1+\frac{1}{x}$ 的图象在点 $\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ 处的切线斜率为 ()
A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

【答案】D

3. 若 $A_n^2=3C_{n-1}^2$, 则 n 的值为 ()
A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【答案】C

4. 高斯是德国著名的数学家, 近代数学奠基者之一, 享有“数学王子”的称号, 他和阿基米德、牛顿并列为世界三大数学家, 用其名字命名的“高斯函数”为: 设 $x \in \mathbf{R}$, 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 则 $y=[x]$ 成为高斯函数, 例如: $[-3.5]=-4$, $[2.1]=2$, 已知函数 $f(x)=\frac{e^x}{1+e^x}-\frac{1}{2}$, 则函数 $y=[f(x)]+[f(-x)]$ 的值域是 ()

- A. $\{1\}$ B. $\{0,1\}$ C. $\{-1,0\}$ D. $\{-1,0,1\}$

【答案】C

二、多选题

5. 现安排高二年级 A, B, C 三名同学到甲、乙、丙、丁四个工厂进行社会实践, 每名同学只能选择一个工厂, 且允许多人选择同一个工厂, 则下列说法正确的是 ()
A. 所有可能的方法有 3^4 种
B. 若工厂甲必须有同学去, 则不同的安排方法有 37 种
C. 若同学 A 必须去工厂甲, 则不同的安排方法有 16 种
D. 若三名同学所选工厂各不相同, 则不同的安排方法有 24 种

【答案】BCD

6. 对于函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$, 下列说法正确的是 ()

- A. $f(x)$ 在 $x=\sqrt{e}$ 处取得极大值 $\frac{1}{2e}$ B. $f(x)$ 有两个不同的零点
C. $f(\sqrt{2}) < f(\sqrt{\pi}) < f(\sqrt{3})$ D. 若 $f(x) < k - \frac{1}{x^2}$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 则 $k > \frac{e}{2}$

【答案】ACD

三、填空题

7. 有一项活动, 要从4名老师、7名男同学和8名女同学中选人参加, 若需要1名老师、1名学生参加, 则有_____种不同的选法.

【答案】60

8. 欧拉是科学史上最多才一位杰出的数学家, 他发明的公式为 $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, i 虚数单位, 将指数函数的定义域扩大到复数, 建立了三角函数和指数函数的关系, 这个公式也被誉为“数学中的天桥”根据此公式, $|e^{ix} - 2|$ 的最大值为_____.

【答案】3

高二数学小题精炼 (21.4.11)

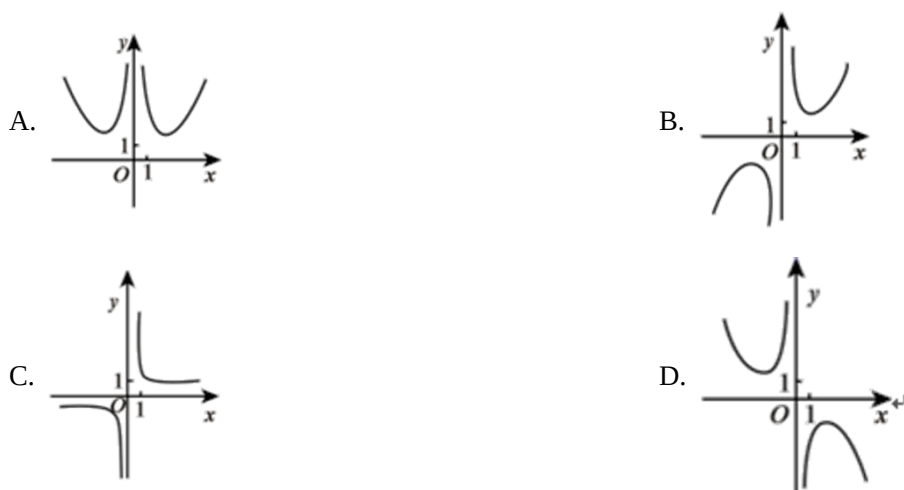
一、单选题

1. 复数 $\frac{3}{5}(1+3i)$ 的模为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ B. $\frac{9}{10}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. 2

【答案】A

2. 函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x^2}$ 的图象大致为 ()



【答案】B

3. 已知函数 $f(x) = \sin x$, 其导函数为 $f'(x)$, 则 $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

【答案】C

4. 已知函数 $f(x) = \left(k + \frac{4}{k}\right) \ln x + \frac{4-x^2}{x}$, $k \in [4, +\infty)$, 曲线 $y=f(x)$ 上总存在两点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, 使曲线 $y=f(x)$ 在 M, N 两点处的切线互相平行, 则 x_1+x_2 的取值范围为

- A. $\left(\frac{8}{5}, +\infty\right)$ B. $\left(\frac{16}{5}, +\infty\right)$ C. $\left[\frac{8}{5}, +\infty\right)$ D. $\left[\frac{16}{5}, +\infty\right)$

【答案】B

二、多选题

5. 设 z_1, z_2, z_3 为复数, $z_1 \neq 0$. 下列命题中正确的是 ()

- A. 若 $|z_2| = |z_3|$, 则 $z_2 = \pm z_3$ B. 若 $z_1 z_2 = z_1 z_3$, 则 $z_2 = z_3$
C. 若 $z_1 z_2 = |z_1|^2$, 则 $z_1 = z_2$ D. 若 $\bar{z}_2 = z_3$, 则 $|z_1 z_2| = |z_1 z_3|$

【答案】BD

6. 材料：函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型，在现行的高等数学与数学分析教材中，对“初等函数”给出了确切的定义，即由常数和基本初等函数经过有限次的四则运算及有限次的复合步骤所构成的，且能用一个式子表示的，如函数 $f(x) = x^x (x > 0)$ ，我们可以作变形： $f(x) = x^x = e^{\ln x^x} = e^{x \ln x} = e^t$ ($t = x \ln x$)，所以 $f(x)$ 可看作是由函数 $f(t) = e^t$ 和 $g(x) = x \ln x$ 复合而成的，即 $f(x) = x^x (x > 0)$ 为初等函数. 根据以上材料，对于初等函数 $h(x) = x^{\frac{1}{x}} (x > 0)$ 的说法正确的是 ()

- A. 无极小值 B. 有极小值1 C. 无极大值 D. 有极大值 $\frac{1}{e}$

【答案】AD



三、填空题

7. 现用五种不同的颜色，要对如图中的四个部分进行着色，要求有公共边的两块区域不能用同一种颜色，共有_____种不同的着色方法.

8. 当直线 $y = kx + m$ 与曲线 $y = \ln x - 1$ 的图像相切时， $\frac{m}{k}$ 的最小值为_____.

高二数学小题精炼(21.4.12)

一、单选题

1. 已知函数 $f(x) = \sin x$, 其导函数为 $f'(x)$, 则 $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = (\quad)$

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

【答案】C

2. 从 2 名教师和 5 名学生中, 选出 3 人参加“我爱我的祖国”主题活动. 要求入选的 3 人中至少有一名教师, 则不同的选取方案的种数是 ()

- A. 20 B. 25 C. 30 D. 55

【答案】B

3. 从 0, 1, 2, 3 这四个数中任取两个不同的数组成一个两位数, 则这个两位数是偶数的概率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{9}$

【答案】D

4. 设函数 $f(x) = \ln x + ax^2 - \frac{3}{2}x$, 若 $x=1$ 是函数 $f(x)$ 是极大值点, 则函数 $f(x)$ 的极小值为 ()

- A. $\ln 2 - 2$ B. $\ln 2 - 1$ C. $\ln 3 - 2$ D. $\ln 3 - 1$

【答案】A

二、多选题

5. 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{e^x - x}$, 则 ()

- A. $f(x)$ 是奇函数 B. $|f(x)| < 1$
- C. $f(x)$ 在 $(-1, 0)$ 单调递增 D. $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上存在一个极值点

【答案】BCD

6. 为弘扬我国古代的“六艺文化”, 某夏令营主办单位计划利用暑期开设“礼”“乐”“射”“御”“书”“数”六门体验课程, 每周一门, 连续开设六周. 则下列说法正确的是 ()

- A. 某学生从中选 3 门, 共有 30 种选法
- B. 课程“射”“御”排在不相邻两周, 共有 240 种排法
- C. 课程“礼”“书”“数”排在相邻三周, 共有 144 种排法
- D. 课程“乐”不排在第一周, 课程“御”不排在最后一周, 共有 504 种排法

【答案】CD

三、填空题

7. 我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化. 每一“重卦”由从下到上排列的 6 个爻组成, 爻分为阳爻“——”和阴爻“— —”, 下图就是一重卦. 如果某重卦中有 2 个阳爻, 则它可以组成_____种重卦. (用数字作答)



【答案】15

8. 已知函数 $f(x) = (x-1)e^x - ax^2$, 当 $a=1$ 时, 函数 $f(x)$ 的零点的个数为_____个;

若 $y = f(\sin x)$ 在 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上有且仅有两个不同的零点, 则实数 a 的取值范围为_____.

【答案】 (1). 1 (2). $\left(-\infty, -\frac{2}{e}\right]$

高二数学小题精炼(21.4.14)

一、单选题

1. 在复平面内, 复数 z 对应的点的坐标是 $(3,1)$, 则 $\frac{1}{z} = (\quad)$

- A. $\frac{3}{8} - \frac{1}{8}i$ B. $\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$ C. $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}i$ D. $\frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$

2. $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^5$ 的展开式中 x^4 的系数是 $(\quad)$

- A. 90 B. 80 C. 70 D. 60

3. “中国梦”的英文翻译为“*China Dream*”, 其中 *China* 又可以简写为 *CN*, 从“*CN Dream*”中取 6 个不同的字母排成一排, 含有“*ea*”字母组合(顺序不变)的不同排列共有 $(\quad)$

- A. 360 种 B. 480 种 C. 600 种 D. 720 种

【答案】C

4. 若存在两个正实数 x, y 使得等式 $x(1 + \ln x) = x \ln y - ay$ 成立, 则实数 a 的取值范围是 $(\quad)$

- A. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right]$ B. $\left[0, \frac{1}{e}\right]$ C. $\left(0, \frac{1}{e^2}\right]$ D. $\left(-\infty, \frac{1}{e^2}\right]$

【答案】D

二、多选题

5. 对于 $m, n \in N_+$ 关于下列排列组合数, 结论正确的是 $(\quad)$

- A. $C_n^m = C_n^{n-m}$ B. $C_{n+1}^m = C_n^{m-1} + C_n^m$ C. $A_n^m = C_n^m A_m^m$ D. $A_{n+1}^{m+1} = (m+1)A_n^m$

【答案】ABC

6. 某学生想在物理、化学、生物、政治、历史、地理、技术这七门课程中选三门作为选考科目, 下列说法错误的是 $(\quad)$

- A. 若任意选择三门课程, 选法总数为 A_7^3
 B. 若物理和化学至少选一门, 选法总数为 $C_2^1 C_5^2$
 C. 若物理和历史不能同时选, 选法总数为 $C_7^3 - C_5^1$
 D. 若物理和化学至少选一门, 且物理和历史不能同时选, 选法总数为 $C_2^1 C_5^2 - C_5^1$

【答案】ABD

三、填空题

7. 已知复数 $z = 3 + 4i$, 那么 $\bar{z}$ 的虚部是_____.

【答案】-4

8. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} - ax^2$, $x \in (0, +\infty)$, 当 $x_2 > x_1$ 时, 不等式 $\frac{f(x_1)}{x_2} - \frac{f(x_2)}{x_1} < 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为_____.

【答案】 $\left(-\infty, \frac{e^2}{12}\right]$