高一数学午间练 2

一、选择题（本大题共 2 小题，共 30.0 分）

1. 函数 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的增函数，则函数 $f(|x-2|)$ 的单调减区间是（　　）

A. $(-\infty,-2)$　　B. $(-\infty,2)$　　C. $(2,+\infty)$　　D. R

【答案】B

【解析】

【试题解析】

【分析】

考查复合函数的单调性，属于基础题.

先求内层函数 $u=|x-2|$ 的单调性，然后根据复合函数的性质同增异减，求出函数的单调区间.

【解答】

解：由函数 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的增函数，而函数 $u=|x-2|$ 单调递增区间为 $(2,+\infty)$，单调递减区间 $(-\infty,2)$，

再根据复合函数的单调性同增异减，可得函数 $f(|x-2|)$ 的单调递减区间为 $(-\infty,2)$.

故选：B.

2. 设 $x>0,y>0$ 且 $x+y=4$，则 $\frac{x^2}{x+1}+\frac{y^2}{y+2}$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{16}{7}$　　B. $\frac{7}{3}$　　C. $\frac{23}{10}$　　D. $\frac{9}{4}$

【答案】A

【解析】

【分析】

本题考查基本不等式的运用：求最值，注意运用换元法，考查化简整理和变形能力，属于中档题.

令 $x+1=s$，$y+2=t$（$s>1$，$t>2$），可得 $s+t=7$，化简所求式子为 $1+\frac{1}{s}+\frac{4}{t}=1+\frac{1}{7}(s+t)(\frac{1}{s}+\frac{4}{t})$，展开后，运用基本不等式即可得到所求最小值.

【解答】

解：令 $x+1=s$，$y+2=t$（$s>1$，$t>2$），

则 $x=s-1$，$y=t-2$，

即有 $s+t=7$，

可得$\frac{x^2}{x+1}+\frac{y^2}{y+2}=\frac{(s-1)^2}{s}+\frac{(t-2)^2}{t}$

$=s+\frac{1}{s}-2+t+\frac{4}{t}-4$

$=7-6+\frac{1}{s}+\frac{4}{t}=1+\frac{1}{7}(s+t)\left(\frac{1}{s}+\frac{4}{t}\right)$

$=1+\frac{1}{7}\left(1+4+\frac{t}{s}+\frac{4s}{t}\right)$

$\geq 1+\frac{1}{7}\left(5+2\sqrt{\frac{t}{s}\cdot\frac{4s}{t}}\right)=\frac{16}{7}$,

当且仅当 $t=2s$，即 $s=\frac{7}{3}$，$t=\frac{14}{3}$时取得等号，

则$\frac{x^2}{x+1}+\frac{y^2}{y+2}$的最小值是$\frac{16}{7}$.

故选：*A*.

二、不定项选择题（本大题共 1 小题，共 20.0 分）

3.　对于幂函数$f(x)=x^{\frac{2}{3}}$的描述，正确的是（　　）

A. 函数 $f(x)$的定义域为 R　　B. 函数 $f(x)$的值域为 R

C. 函数 $f(x)$是偶函数　　D. 函数 $f(x)$是定义域上的增函数

【答案】*AC*

【解析】

【分析】

本题考查了幂函数的定义域和值域以及幂函数的性质，属于基础题.

根据幂函数的性质逐项判断即可.

【解答】

解：∵幂函数$f(x)=x^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{x^2}$,

$\therefore f(x)$的定义域为 R，故 A 正确；

$\because x^2\geq 0$,

$\therefore f(x)=\sqrt[3]{x^2}\geq 0$,即函数$f(x)$的值域为$[0,+\infty)$,故 B 错误；

∵函数$f(-x)=\sqrt[3]{(-x)^2}=f(x)$,则函数$f(x)$为偶函数，故 C 正确；

$\because f(-2)=f(2)$,

$\therefore f(x)$不满足在定义域上单调递增，故 D 错误，

故选 *AC*.

三、填空题（本大题共 1 小题，共 20.0 分）

4.　圆的半径变为原来的$\frac{1}{2}$,而弧长不变,则该弧所对的圆心角变为原来的____倍.

【答案】2

【解析】

【分析】本题考查弧长公式的应用，属于基础题.

由弧长公式可得 $\theta=\frac{l}{r}$，结合半径 r 变为原来的$\frac{1}{2}$，而弧长不变，得出该弧所对的圆心角变为原来的 2 倍.

【解答】解：由公式 $\theta=\frac{l}{r}$知,半径 r 变为原来的$\frac{1}{2}$,

而弧长不变,则该弧所对的圆心角变为原来的 2 倍.

四、解答题（本大题共 1 小题，共 30.0 分）

5.　已知函数$f(x)=\log_a(x+2)+\log_a(2-x)(a>0$且$a\neq 1)$.

（1）判断并证明$f(x)$的奇偶性；

（2）若$a=2$，求不等式$f(x)<0$的解集.

【答案】解：（1）$f(x)$为奇函数.

证明如下：由$\begin{cases}x+2>0\\2-x>0\end{cases}$，得$-2<x<2$，

∴函数$f(x)$的定义域为$(-2,2)$，

∵ $f(-x)=\log_a(-x+2)+\log_a(2+x)$，

$=\log_a(x+2)+\log_a(2-x)=f(x)$

所以函数$f(x)$为偶函数；

（2）由题意得$f(x)=\log_2(x+2)+\log_2(2-x)<0$，

∴$\log_2(4-x^2)<0$，

∴$\log_2(4-x^2)<\log_2 1$，

∴$0<4-x^2<1$，解之得$x\in(-2,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},2)$.

【解析】本题考查奇偶函数证明、函数不等式的解法，属于中档题，

（1）$f(x)$为偶函数，先判断其定义由于是否关于原点对称，再利用偶函数的定义予以证明；

（2）对原不等式进行化简，转化为具体不等式，可利用对数运算与一元二次不等式求关于 x 的不等式$f(x)>0$ 的解集.