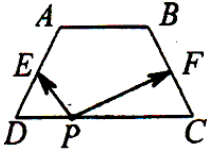


平面向量的数量积 (6)

一. 单选题

1. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 2$, $CD = 4$, $BC = AD = \sqrt{5}$, E, F 分别是 AD, BC 的中点, 对于常数 λ , 在梯形 $ABCD$ 的四条边上恰有 8 个不同的点 P , 使得 $\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{PF} = \lambda$ 成立, 则实数 λ 的取值范围是 ()



- A. $(-\frac{5}{4}, -\frac{9}{20})$ B. $(-\frac{5}{4}, \frac{11}{4})$ C. $(-\frac{1}{4}, \frac{11}{4})$ D. $(-\frac{9}{20}, -\frac{1}{4})$

2. 已知 P 是 $\triangle ABC$ 内一点, 且满足 $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \vec{0}$, 记 $\triangle ABP, \triangle BCP, \triangle ACP$ 的面积依次为 S_1, S_2, S_3 , 则 $S_1: S_2: S_3$ 等于 ()

- A. 1:2:3 B. 1:4:9 C. 6:1:2 D. 3:1:2

3. 已知点 $M(1,0)$, A, B 是椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 上的动点, 且 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$, 则 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BA}$ 的取值范围是 ()

- A. $[\frac{2}{3}, 1]$ B. $[1, 9]$ C. $[\frac{2}{3}, 9]$ D. $[\frac{\sqrt{6}}{3}, 3]$

4. 已知圆 O 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 其半径为 1, 且 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$, $AB = 1$, 则 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} =$ ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. 3
C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

5. (解法创新) 记 M 的最大值和最小值分别为 M_{\max} 和 M_{\min} . 若平面向量 a, b, c 满足 $|a| = |b| = a \cdot b = c \cdot (a + 2b - 2c) = 2$, 则 ()

- A. $|a - c|_{\max} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2}$ B. $|a + c|_{\max} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{7}}{2}$
C. $|a - c|_{\min} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2}$ D. $|a + c|_{\min} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{7}}{2}$

二. 多选题

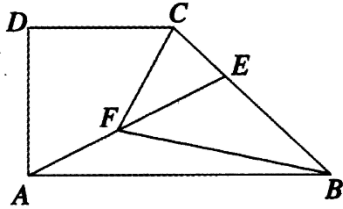
6. (2020 届山东省九校高三上学期联考) 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, D, E 分别是 AC, AB 上的两点, 且 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DC}$, BD 与 CE 交于点 O , 则下列说法正确的是 ()

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CE} = -1$ B. $\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$

C. $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$

D. \overrightarrow{ED} 在 \overrightarrow{BC} 方向上的投影为 $\frac{7}{6}$

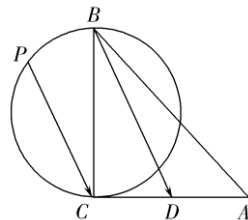
7. (2020 届山东省泰安市高三上期末) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $AB = 2AD = 2DC$, E 为 BC 边上一点, 且 $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{EC}$, F 为 AE 的中点, 则 ()



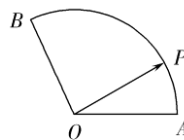
- A. $\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
- B. $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
- C. $\overrightarrow{BF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
- D. $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

三. 填空题

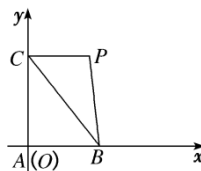
8. (交汇创新) (2020 山东济钢中学月考) 如果直角三角形 ABC 的边 CB , CA 的长都为 4, D 是 CA 的中点, P 是以 CB 为直径的圆上的动点, 则 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{PC}$ 的最大值是_____.



9. (多选题) 如图, 扇形 AOB 中, 半径为 1, \widehat{AB} 的长为 2, 则 \widehat{AB} 所对的圆心角的大小为_____ 弧度; 若点 P 是 \widehat{AB} 上的一个动点, 则当 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP}$ 取得最大值时, $\langle \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OP} \rangle =$ _____.



10. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB \perp AC$, $AB = \frac{1}{t}$, $AC = t$, P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 若 $\overrightarrow{AP} = \frac{4\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$, 则 $\triangle PBC$ 面积的最小值为_____.



四. 解答题

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $|\overline{AB}|=1, |\overline{AC}|=2, |\overline{BC}| \in [\sqrt{3}, \sqrt{5}]$, 记 \overline{AB} 与 \overline{AC} 的夹角为 θ .

(I) 求 θ 的取值范围;

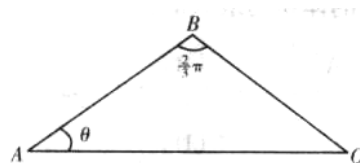
(II) 求函数 $f(\theta) = 2\sin^2(\frac{\pi}{4} + \theta) - \sqrt{3}\cos 2\theta$ 的最大值和最小值.

12. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $|\overline{AC}|=1, \angle ABC = \frac{2\pi}{3}, \angle BAC = \theta$, 记

$$f(\theta) = \overline{AB} \cdot \overline{BC}.$$

(1) 求 $f(\theta)$ 关于 θ 的表达式;

(2) 求 $f(\theta)$ 的值域.



纠错补偿

1. 订正: 题号

2. 补偿训练: