

江苏省仪征中学 2020 届高三年级第一学期 B 版午间 “3+1” (28)

2019 年 10 月 31

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 评价 _____

请将填空题答案填在横线上，并将每个题目的解答过程写在题目下方。

1. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的周期为 2 的奇函数 当 $0 < x < 1$ 时 $f(x) = 8^x$,

则 $f\left(-\frac{19}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 $f(x)$ 是定义在 R 上且周期为 4 的函数，在区间 $(-2, 2]$ 上，其函数解析式

是 $f(x) = \begin{cases} x+a, & -2 < x \leq 0 \\ |1-x|, & 0 < x \leq 2 \end{cases}$, 其中 $a \in R$. 若 $f(-5) = f(5)$, 则 $f(2a)$ 的值

是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

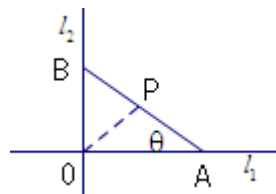
3. 对任意的 $x \in (0, +\infty)$, 不等式 $x + \frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{2}a - \ln x > 0$ 恒成立，则实数 a 的取

值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 如图， l_1, l_2 是经过小城 O 的东西方向与南北方向的两条公路，小城 P 位于小城 O 的东北方向，直线距离 $OP = 5\sqrt{2}km$. 现规划经过小城 P 修建公路 AB (A, B 分别在 l_1, l_2 上)，与 l_1, l_2 围成三角形区域 AOB .

(1) 设 $\angle BAO = \theta, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, 求三角形区域 AOB 周长的函数解析式 $L(\theta)$;

(2) 现计划开发周长最短的三角形区域 AOB , 求该开发区域的面积.



1. -2

2.1

3. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

4.解：(1) 因为 P 在 O 的东北方向所以 $\angle POA = \frac{\pi}{4}$

在 $\triangle POA$ 中，由正弦定理得 $\frac{OP}{\sin \theta} = \frac{OA}{\sin \angle OPA} \Rightarrow \frac{5\sqrt{2}}{\sin \theta} = \frac{OA}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)}$

$\therefore OA = 5\sqrt{2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)}{\sin \theta}$ ，在 $Rt\triangle OAB$ 中，

$$\frac{OB}{OA} = \tan \theta, \frac{OA}{AB} = \cos \theta \Rightarrow OB = OA \cdot \tan \theta = 5\sqrt{2} \cdot \frac{\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos \theta}, AB = \frac{OA}{\cos \theta} = 5\sqrt{2} \cdot \frac{\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos \theta \sin \theta}$$

$$\therefore L(\theta) = OA + OB + OC = \frac{5(\sin \theta + \cos \theta)(\sin \theta + \cos \theta + 1)}{\sin \theta \cos \theta}, \theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

(2) 令 $t = \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \in (1, \sqrt{2}]$ ，则 $\sin \theta \cos \theta = \frac{t^2 - 1}{2}$

$\therefore L = g(t) = 10 + \frac{10}{t-1}$ ，在 $t \in (1, \sqrt{2}]$ 上单调减， \therefore 当 $t = \sqrt{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ 时， L_{\min}

此时 $OA = 10, OB = 10 \Rightarrow S = 50 \text{ km}^2$

答：周长最短的三角形区域 AOB 的面积为 50 平方千米。