江苏省仪征中学2021届高三数学考前保温训练（1）

班级__________姓名__________用时__________得分__________

一、单项选择题：

1．若随机变量 $X\sim B(5,p)$， $D(X)=\dfrac{5}{4}$，则 $E(X)=($　　$)$

A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$\dfrac{15}{16}$　　D．$\dfrac{5}{2}$

2．设 λ 为实数，已知向量 $\boldsymbol{m}=(1,\lambda)$，$\boldsymbol{n}=(2,-1)$．若 $\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$，则向量 $\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ 与 $\boldsymbol{n}$ 的夹角为(　　)

A．$\dfrac{\pi}{4}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$\dfrac{3\pi}{4}$

3．已知 i 为虚数单位，则复数 $z=1+2\mathrm{i}+3\mathrm{i}^2+\cdots+2020\mathrm{i}^{2019}+2021\mathrm{i}^{2020}$ 的虚部为(　　)

A．-1011　　B．-1010　　C．1010　　D．1011

4．若定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $f(-\pi)=0$，则下列取值范围中的每个 x 都能使不等式 $\sin x\cdot f(x+\pi)\geqslant 0$ 成立的是(　　)

A．$[-2\pi,0]$　　B．$[0,2\pi]$　　C．$[-\pi,\pi]$　　D．$\{x\mid x=\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\}$

二、多项选择题：

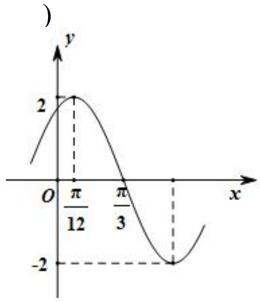
5．右图是函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\omega>0)$ 的部分图象，则(　　)

A．函数 $y=f(x)$ 的最小正周期为 π

B．直线 $x=\dfrac{5}{6}\pi$ 是函数 $y=f(x)$ 图象的一条对称轴

C．点 $(\dfrac{5}{6}\pi,0)$ 是函数 $y=f(x)$ 图象的一个对称中心

D．函数 $y=f(x-\dfrac{\pi}{6})$ 为奇函数



6．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F，M 分别为棱 BC，CD，CC_1 的中点，P 是线段 A_1C_1 上的动点（含端点），则(　　)

A．$PM\perp BD$

B．AC_1 // 平面 EFM

C．PE 与平面 $ABCD$ 所成角正切值的最大值为 $2\sqrt{2}$

D．当 P 位于 C_1 时，三棱锥 $P-CEF$ 的外接球体积最小

三、填空题：

7．$(1-2x)(1+x)^4$ 的展开式中，x^2 的系数为________．

8．二进制是广泛采用的一种数制，我国古老的易经中就有二进制的思想．二进制数据是用 0 和 1 两个数码来表示的数．它的基数为 2，进位规则是“逢二进一”，借位规则是“借一当二”．例如二进制数 1011 表示十进制数 $1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1=11$，现有五个二进制数 101，1100，11001，10111，111111，其中十进制为偶数的是________；从中随机选取两个数，它们的和不大于 35（十进制）的概率为________．（本小题第一空 2 分，第二空 3 分）

四、解答题：

9．某食品店为了了解气温对销售量的影响，随机记录了该店 1 月份中 5 天的日销售量 y

（单位：千克）与该地当日最低气温 x（单位：℃）的数据，如下表：

x	2	5	8	9	11
y	12	10	8	8	7

（1）求出 y 与 x 的回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；

（2）判断 y 与 x 之间是正相关还是负相关；若该地 1 月份某天的最低气温为 6 ℃，请用所求回归方程预测该店当日的销售量；

（3）设该地 1 月份的日最低气温 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 近似为样本平均数 $\overline{x}$，σ^2 近似为样本方差 s^2，求 $P(3.8<X<13.4)$．

附：①回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中，$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^{\,2}-n(\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$．

②$\sqrt{10}\approx 3.2$，$\sqrt{3.2}\approx 1.8$，若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.6826$，$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=0.9544$．

10．在平面直角坐标系 xOy 中，设 F 为椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左焦点，左准线与 x 轴交于点 P，M 为椭圆 C 的左顶点，已知椭圆长轴长为 8，且 $\overrightarrow{PM}=2\overrightarrow{MF}$．

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）若过点 P 的直线与椭圆交于两点 A，B，设直线 AF，BF 的斜率分别为 k_1，k_2．

①求证：k_1+k_2 为定值；

②求 $\triangle ABF$ 面积的最大值．

高三数学考前保温训练（1）参考答案

1.D　2.D　3.B　4.C　5.ACD　6.AC　7. -2　8.1100；$\frac{2}{5}$

9.解：（1）令 $n=5$，$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{35}{5}=7$，$\overline{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i=\frac{45}{5}=9$，

所以 $\sum_{i=1}^{n}(x_iy_i)-n\overline{xy}=287-5\times7\times9=-28$，$\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\cdot\overline{x}^2=295-5\times7^2=50$，

所以 $\hat{b}=\frac{-28}{50}=-0.56$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=9-(-0.56)\times7=12.92$，

所以 $\hat{y}=-0.56x+12.92$．

（2）由 $\hat{b}=-0.56<0$ 知 y 与 x 之间是负相关.

将 $x=6$ 代入回归方程，可预测该店当日的销售量 $\hat{y}=-0.56x+12.92=9.56$（千克）.

（3）由（1）知 $\mu=\overline{x}=7$，

由 $\sigma^2=s^2=\frac{1}{5}[(2-7)^2+(5-7)^2+(8-7)^2+(9-7)^2+(11-7)^2]=10$，得 $\sigma=3.2$，

所以 $P(3.8<X<13.4)=P(\mu-\sigma<X<\mu+2\sigma)$

$=P(\mu-\sigma<X<\mu)+P(\mu<X<\mu+2\sigma)$

$=\frac{1}{2}P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)+\frac{1}{2}P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=0.8185$．

10.解：（1）因为 $2a=8$，所以 $a=4$，又 $\overrightarrow{PM}=2\overrightarrow{MF}$，所以 $\frac{a^2}{c}-a=2(a-c)$，

所以 $c=2$，$b^2=12$，所以椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$．

（2）①当 AB 的斜率为 0 时，显然 $k_1=k_2=0$，$k_1+k_2=0$．

当 AB 的斜率不为 0 时，设 AB: $x=my-8$，

由 $\begin{cases}x=my-8,\\ \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1,\end{cases}$ 得 $(3m^2+4)y^2-48my+144=0$，

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，故有 $y_1+y_2=\frac{48m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=\frac{144}{3m^2+4}$，

所以 $k_1+k_2=\frac{y_1}{x_1+2}+\frac{y_2}{x_2+2}=\frac{y_1}{my_1-6}+\frac{y_2}{my_2-6}=\frac{y_1(my_2-6)+y_2(my_1-6)}{(x_1+2)(x_2+2)}$．

因为 $y_1(my_2-6)+y_2(my_1-6)=2my_1y_2-6(y_1+y_2)=0$，所以 $k_1+k_2=0$．

综上所述，恒有 $k_1+k_2=0$ 为定值.

② $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle PBF}-S_{\triangle PAF}=\frac{1}{2}\cdot|PF|\cdot|y_1-y_2|=\frac{72\sqrt{m^2-4}}{3m^2+4}$，

即 $S_{\triangle ABF}=\dfrac{72\sqrt{m^2-4}}{3m^2+4}=\dfrac{72\sqrt{m^2-4}}{3(m^2-4)+16}=\dfrac{72}{3\sqrt{m^2-4}+\dfrac{16}{\sqrt{m^2-4}}}\leqslant\dfrac{72}{2\sqrt{48}}=3\sqrt{3}$，

当且仅当 $3\sqrt{m^2-4}=\dfrac{16}{\sqrt{m^2-4}}$，即 $m=\pm\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$ 时取等号（此时适合 $\Delta>0$），

所以 $\triangle ABF$ 面积的最大值为 $3\sqrt{3}$．