

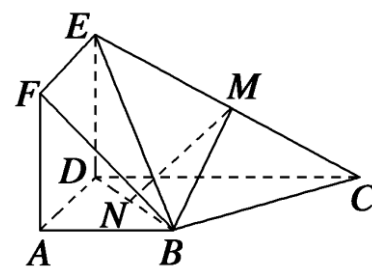
江苏省仪征中学 2020-2021 学年第一学期高二数学 巩固练习 (6)

1. 椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 和椭圆 $\frac{x^2}{9-k} + \frac{y^2}{25-k} = 1$ ($0 < k < 9$) 有 ()
- A. 等长的长轴 B. 相等的焦距 C. 相等的离心率 D. 等长的短轴
2. 《周髀算经》中一个问题: 从冬至之日起, 小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种这十二个节气的日影子长依次成等差数列, 若冬至、立春、春分的日影子长的和是 37.5 尺, 芒种的日影子长为 4.5 尺, 则冬至的日影子长为: ()
- A. 15.5 尺 B. 12.5 尺 C. 10.5 尺 D. 9.5 尺
3. 若椭圆 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的右焦点为 F , 且与直线 $l: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ 交于 P, Q 两点, 则 $\triangle PQF$ 的周长为 ()
- A. $6\sqrt{2}$ B. $8\sqrt{2}$ C. 6 D. 8
4. 设 $a > 0, b > 0$, 且 $2a + b = 1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{2a}{a+b}$ ()
- A. 有最小值为 $2\sqrt{2} + 1$ B. 有最小值为 $\sqrt{2} + 1$
- C. 有最小值为 $\frac{14}{3}$ D. 有最小值为 4
5. (多选题) 下列结论中正确的是 ()
- A. “ $x^2 > 4$ ” 是 “ $x < -2$ ” 的必要不充分条件
- B. “ x 为无理数” 是 “ x^2 为无理数” 的必要不充分条件
- C. 若 $a, b \in \mathbb{R}$, 则 “ $a^2 + b^2 \neq 0$ ” 是 “ a, b 不全为 0” 的充要条件
- D. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ” 是 “ $\triangle ABC$ 为直角三角形” 的充要条件
6. (多选题) 已知 A, B 两点的坐标分别是 $(-1, 0), (1, 0)$, 直线 AP, BP 相交于点 P , 且两直线的斜率之积为 m , 则下列结论正确的是 ()
- A. 当 $m = -1$ 时, 点 P 的轨迹圆 (除去与 x 轴的交点)
- B. 当 $-1 < m < 0$ 时, 点 P 的轨迹为焦点在 x 轴上的椭圆 (除去与 x 轴的交点)
- C. 当 $0 < m < 1$ 时, 点 P 的轨迹为焦点在 x 轴上的抛物线
- D. 当 $m > 1$ 时, 点 P 的轨迹为焦点在 x 轴上的双曲线 (除去与 x 轴的交点)

7.如图，在多面体 $EFABCD$ 中，正方形 $ADEF$ 与梯形 $ABCD$ 所在平面互相垂直， $AB \parallel CD$ ， $AD \perp CD$ ， $AB=AD=1$ ， $CD=2$ ， M ， N 分别为 EC 和 BD 的中点．

(1)求证： $BC \perp$ 平面 BDE ；

(2)求直线 MN 与平面 BMC 所成角的正弦值．



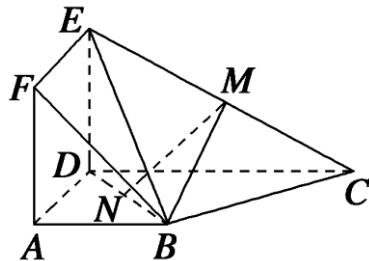
巩固练习（6）答案

1. B 2. A 3. B 4. A 5. ABC 6. ABD

7. 如图，在多面体 $EFABCD$ 中，正方形 $ADEF$ 与梯形 $ABCD$ 所在平面互相垂直， $AB \parallel CD$ ， $AD \perp CD$ ， $AB=AD=1$ ， $CD=2$ ， M ， N 分别为 EC 和 BD 的中点。

(1) 求证： $BC \perp$ 平面 BDE ；

(2) 求直线 MN 与平面 BMC 所成角的正弦值。



解：(1) 证明：如图，在梯形 $ABCD$ 中，取 CD 的中点 H ，连接 BH 。

$\because AD=AB$ ， $AB \parallel CD$ ， $AD \perp CD$ ， $AB=1$ ， $CD=2$ ， $\therefore$ 四边形 $ADHB$ 为正方形。

又 $BD^2=AD^2+AB^2=2$ ， $BC^2=HC^2+HB^2=2$ ， $\therefore CD^2=BD^2+BC^2$ ， $\therefore BC \perp BD$. (2 分)

又 $\because$ 平面 $ADEF \perp$ 平面 $ABCD$ ，平面 $ADEF \cap$ 平面 $ABCD=AD$ ， $DE \perp AD$ ，

$\therefore DE \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\therefore BC \perp DE$. (4 分)

又 $BD \cap DE=D$ ，故 $BC \perp$ 平面 BDE . (5 分)

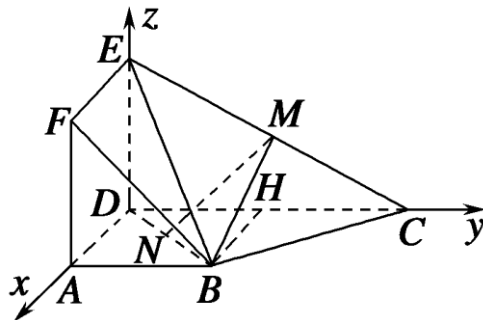
(2) 由(1)，知 $DE \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AD \perp CD$ ，

$\therefore DE$ ， DA ， DC 两两垂直。

以 D 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系 $Dxyz$ ，

则 $C(0,2,0)$ ， $B(1,1,0)$ ， $M(0, 1, \frac{1}{2})$ ， $N(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ ，

$\therefore \vec{BC}=(-1,1,0)$ ， $\vec{MC}=(0, 1, -\frac{1}{2})$. (7 分)



设 $\mathbf{n}=(x, y, z)$ 为平面 BMC 的法向量，则 $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{BC}=0 \\ \vec{n} \cdot \vec{MC}=0 \end{cases}$ ，即 $\begin{cases} -x+y=0 \\ y-\frac{1}{2}z=0 \end{cases}$ ，可取 $\mathbf{n}=(1,1,2)$. (9 分)

又 $\vec{MN}=(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ ，所以 $\cos \langle \mathbf{n}, \vec{MN} \rangle = \frac{\vec{n} \cdot \vec{MN}}{|\mathbf{n}| |\vec{MN}|} = -\frac{\sqrt{2}}{3}$, (11 分)

所以直线 MN 与平面 BMC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{3}$. (12 分)