平面向量基本定理及坐标表示(1)

课前热身

1．已知▱$ABCD$的顶点$A(-1，-2)$，$B(3，-1)$，$C(5,6)$，则顶点D的坐标为________.

2．已知向量$\boldsymbol{a}=(2,3)$，$\boldsymbol{b}=(-1,2)$，若$m\boldsymbol{a}+n\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$共线，则$\frac{m}{n}=$________.

3．(多选)如图所示，C，D是线段AB上的两个三等分点，则下列关系式正确的是(　　)

A.$\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}$　　B.$\overrightarrow{DA}=-2\overrightarrow{CD}$

C.$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\mathbf{0}$　　D.$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$

4．设$\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$是平面内一组基底，若$\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2=\mathbf{0}$，则$\lambda_1+\lambda_2=$________.

5．已知点$A(0,1)$，$B(3,2)$，向量$\overrightarrow{AC}=(-4，-3)$，则向量$\overrightarrow{BC}=$________.

6．已知向量$\boldsymbol{a}=(1,1)$，$2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(4,3)$，$\boldsymbol{c}=(x，-2)$，若$\boldsymbol{b}\parallel\boldsymbol{c}$，则$x$的值为(　　)

A．4　B．-4　C．2　D．-2

知识梳理

典例研究

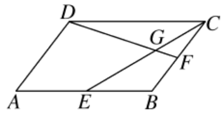
题型一　平面向量基本定理的应用

例1 (1)在△ABC中，点D，E分别在边BC，AC上，且$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{CE}=3\overrightarrow{EA}$，若$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，则$\overrightarrow{DE}$等于(　　)

A.$\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{5}{12}\boldsymbol{b}$　　B.$\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\frac{13}{12}\boldsymbol{b}$

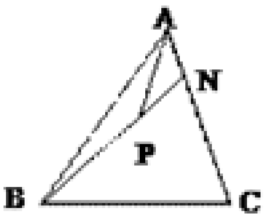
C．$-\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\frac{5}{12}\boldsymbol{b}$　　D．$-\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{13}{12}\boldsymbol{b}$

(2)(2021郑州质检)如图，在平行四边形$ABCD$中，E，F分别为边AB，BC的中点，连接CE，DF，交于点G.



若$\overrightarrow{CG}=\lambda\overrightarrow{CD}+\mu\overrightarrow{CB}(\lambda，\mu\in\mathbf{R})$，则$\frac{\lambda}{\mu}=$________.

变式.如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{NC}$，点 P 是 BN 上的一点，若 $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+\frac{2}{11}\overrightarrow{AC}$，则实数 m 的值为(　　)



A. $\frac{9}{11}$　　B. $\frac{5}{11}$

C. $\frac{3}{11}$　　D. $\frac{2}{11}$

题型二 平面向量的坐标运算

例 2.已知 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(1,0)$，$\vec{c}=(3,4)$．若 λ 为实数，$(\vec{a}+\lambda\vec{b})//\vec{c}$，则 $\lambda=$(　　)

A．2　　B．1

C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{4}$

变式.若向量$\vec{a}=(m,3)$，$\vec{b}=(1,4)$，$\vec{c}=(2,1)$，且$2\vec{a}-3\vec{b}$与$\vec{c}$的夹角为钝角，则m的取值范围是(　　)

A．$(-\infty,-\frac{9}{2})$

B．$(-\infty,3)$

C．$(-\frac{9}{2},3)$

D．$(-\infty,-\frac{9}{2})\cup(-\frac{9}{2},3)$

例 3.若$\vec{e_1},\vec{e_2}$是一组基底，向量$\vec{m}=x\vec{e_1}+y\vec{e_2}$，则称$(x,y)$为向量$\vec{m}$在基底$\vec{e_1},\vec{e_2}$下的坐标，现已知向量$\vec{a}$在基底$\vec{p}=(1,-1),\vec{q}=(2,1)$下的坐标为$(-2,1)$，则向量$\vec{a}$在另一组基底$\vec{m}=(-2,1),\vec{n}=(-4,-1)$下的坐标（　　）

A．$(2,-1)$　　B．$(1,-2)$

C．$(1,-2)$　　D．$(-2,1)$

变式.已知$\overrightarrow{AB}$＝(1，－1)，$C(0,1)$，若$\overrightarrow{CD}$＝$2\overrightarrow{AB}$，则点 D 的坐标为(　　)

A．(－2,3)　　B．(2，－3)

C．(－2,1)　　D．(2，－1)

题型三 向量共线的坐标表示

命题点 1　利用向量共线求参数

例 4 (1)(2021·惠州调研)已知向量 $\boldsymbol{a}$＝(2,1)，$\boldsymbol{b}$＝(x，－1)，且 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线，则 x 的值为________.

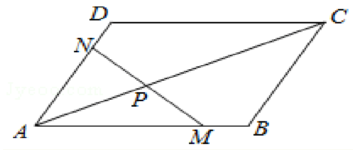
(2)(2018·全国Ⅲ)已知向量 $\boldsymbol{a}$＝(1,2)，$\boldsymbol{b}$＝(2，－2)，$\boldsymbol{c}$＝(1，λ)．若 $\boldsymbol{c}$∥(2$\boldsymbol{a}$＋$\boldsymbol{b}$)，则 λ＝________.

命题点 2　利用向量共线求向量或点的坐标

例 5:在△ABC 中，已知点 $O(0,0)$，$A(0,5)$，$B(4,3)$，$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$，$AD$ 与 BC 交于点 M，则点 M 的坐标

为________.

变式：如图在平行四边形 $ABCD$ 中，M，N 分别为 AB，AD 上的点，且 $\overrightarrow{AM}=\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$，连接 AC，MN 交于 P 点，若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AC}$，则 λ 的值为(　　)



A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{4}{11}$　　D. $\frac{4}{13}$