

江苏省仪征中学 2020 届高三年级第一学期 B 版午间 “3+1” (22)  
2019 年 10 月 21

班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 评价 \_\_\_\_\_

1、设椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $P$  是  $C$  上的点,  $PF_2 \perp F_1F_2$ ,  $\angle PF_1F_2 = 30^\circ$ ; 则  $C$  的离心率为 \_\_\_\_\_ .

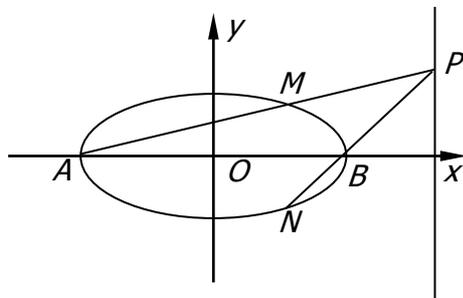
2、已知实数  $x, y$  满足方程  $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 1}$ , 则  $\frac{y}{x}$  的取值范围是 \_\_\_\_\_ .

3 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且对任意  $x \in \mathbf{R}$  恒有  $f(x+2) = f(x)$ , 当  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = 2^x$ , 则  $f(\sqrt{2})$  的值为 \_\_\_\_\_ .

4 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右顶点分别为  $A, B$ , 离心率为  $\frac{1}{2}$ , 右准线为  $l: x = 4$ .  $M$  为椭圆上不同于  $A, B$  的一点, 直线  $AM$  与直线  $l$  交于点  $P$ . (1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 若  $\vec{AM} = \vec{MP}$ , 判断点  $B$  是否在以  $PM$  为直径的圆上, 并说明理由;

(3) 连结  $PB$  并延长交椭圆  $C$  于点  $N$ , 若直线  $MN$  垂直于  $x$  轴, 求点  $M$  的坐标.



1、 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ;

2、 $[0, \sqrt{3}]$ ; 3、 $\frac{4}{3}$ ;

4、解：(1) 由  $\begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{1}{2}, \\ \frac{a^2}{c} = 4. \end{cases}$  解得  $\begin{cases} a = 2, \\ c = 1. \end{cases}$  所以  $b^2 = 3$ .

所以椭圆方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ .

(2) 因为  $\vec{AM} = \vec{MP}$ , 所以  $x_M = 1$ , 代入椭圆得  $y_M = \frac{3}{2}$ , 即  $M(1, \frac{3}{2})$ , 所以直线  $AM$  为:  $y = \frac{1}{2}(x+2)$ , 得  $P(4, 3)$ , 所以  $\vec{BM} = (-1, \frac{3}{2})$ ,  $\vec{BP} = (2, 3)$ .

因为  $\vec{BM} \cdot \vec{BP} = \frac{5}{2} \neq 0$ , 所以点  $B$  不在以  $PM$  为直径的圆上.

(3) 因为  $MN$  垂直于  $x$  轴, 由椭圆对称性可设  $M(x_1, y_1)$ ,  $N(x_1, -y_1)$ .

直线  $AM$  的方程为:  $y = \frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$ , 所以  $y_P = \frac{6y_1}{x_1+2}$ ,

直线  $BN$  的方程为:  $y = \frac{-y_1}{x_1-2}(x-2)$ , 所以  $y_P = \frac{-2y_1}{x_1-2}$ ,

所以  $\frac{6y_1}{x_1+2} = \frac{-2y_1}{x_1-2}$ . 因为  $y_1 \neq 0$ , 所以  $\frac{6}{x_1+2} = -\frac{2}{x_1-2}$ . 解得  $x_1 = 1$ .

所以点  $M$  的坐标为  $(1, \frac{3}{2})$ .