

## 基本不等式及其应用(二)

### ——求以三角形为载体的最值问题

#### 【真题感悟】

1. (2018·江苏)在 $\triangle ABC$ 中,角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,  $\angle ABC=120^\circ$ ,  $\angle ABC$ 的平分线交 $AC$ 于点 $D$ ,且 $BD=1$ ,则 $4a+c$ 的最小值为\_\_\_\_\_.

2. (2016·江苏)在锐角 $\triangle ABC$ 中,若 $\sin A=2\sin B\sin C$ ,则 $\tan A \tan B \tan C$ 的最小值是\_\_\_\_\_.

#### 【典题导引】

例1 (2014·江苏)若 $\triangle ABC$ 的内角满足 $\sin A + \sqrt{2} \sin B = 2\sin C$ ,则 $\cos C$ 的最小值是\_\_\_\_\_.

#### 【变式跟踪】

在 $\triangle ABC$ 中,角 $A, B, C$ 所对边长分别为 $a, b, c$ .若 $a^2 + b^2 = 2c^2$ ,则 $\sin C$ 的最大值为\_\_\_\_\_.

例2 在 $\triangle ABC$ 中,角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ .已知 $BC$ 边上的中线长等于 $BC$ 长的2倍.

(1) 求证: $b^2 + c^2 = \frac{17}{2}a^2$ ;

(2) 求 $\tan A$ 的最大值;

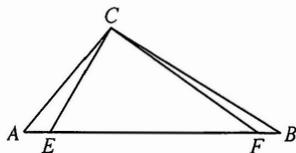
(3) 求 $\frac{\sin B \cdot \sin C}{\sin 2A}$ 的最大值.

例3 (2018·南京多校段考)在 $\triangle ABC$ 中,角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,若 $a^2 + b^2 + 4\sqrt{2} = c^2$ ,  
 $ab=4$ ,则 $\frac{\sin C}{\tan^2 A \sin 2B}$ 的最小值是\_\_\_\_\_.

【变式跟踪】

1. 在 $\triangle ABC$ 中,角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,且 $a$ 不是最大边,若 $a^2 - b^2 = 2bc \sin A$ ,则  
 $2 \tan A - 8 \tan B$ 的最小值为\_\_\_\_\_.

2. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB=10$ ,点 $E, F$ 在 $AB$ 边上,且 $AE=BF=1, CE+CF=10$ ,则  
 $\tan^2 A + 4 \tan^2 B$ 的最小值为\_\_\_\_\_.



【课堂反馈】

若 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B$ 满足 $\frac{\sin B}{\sin A} = 2 \cos(A+B)$ ,则 $B$ 的最大值为\_\_\_\_\_.