

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期午间练 9

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、单选题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

1. 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x < 5\}$, $C = \{x | -a < x \leq a + 3\}$, 若 $C \cap A = C$, 则 a 的取值范围为()

A. $-\frac{3}{2} < a \leq -1$ B. $a \leq -\frac{3}{2}$ C. $a \leq -1$ D. $a > -\frac{3}{2}$

2. 化简 $\frac{\log_5 8}{\log_5 2}$ 等于()

A. $\log_5 4$ B. $3\log_5 2$ C. 2 D. 3

二、多选题（本大题共 1 小题，共 5.0 分）

3. 下列等式不成立的是()

A. $\ln e = 1$ B. $\log_3 1 = 0$
C. $\lg(MN) = \lg M + \lg N$ D. $\log_2(-5)^2 = 2\log_2(-5)$

三、单空题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

4. 计下列命题中是真命题的有_____ (填序号).

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 3 > 0$; (2) 所有的正方形都是矩形; (3) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$; (4) 至少有一个实数 x , 使 $x^2 + 1 = 0$

5. $(\frac{1}{2})^{2+\log_2 3} =$ _____

四、解答题（本大题共 1 小题，共 12.0 分）

6. (1) 已知 $\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} = 3$, 求 $a + a^{-1}$ 的值;

(2) 计算: $2\lg 4 + \lg \frac{5}{8} + \log_2 5 \cdot \log_5 4$.

答案和解析

1. 【答案】C

解：由 $C \cap A = C$ ，得 $C \subseteq A$ ，

$$\because A = \{x | 1 \leq x < 5\}, C = \{x | -a < x \leq a + 3\}.$$

当 $C = \emptyset$ 时， $-a \geq a + 3$ ，即 $a \leq -\frac{3}{2}$ ，此时满足 $C \subseteq A$ ；

$$\text{当 } C \neq \emptyset \text{ 时，有 } \begin{cases} -a < a + 3 \\ -a \geq 1 \\ a + 3 < 5 \end{cases}, \text{ 解得： } -\frac{3}{2} < a \leq -1.$$

综上， a 的取值范围是 $a \leq -1$.

2. 【答案】D

$$\text{解： } \frac{\log_5 8}{\log_5 2} = \frac{\log_5 2^3}{\log_5 2} = 3.$$

3. 【答案】CD

解：根据对数的运算，可得 $\ln e = 1$ ， $\log_3 1 = 0$ ，故 A ， B 成立；

取 $M = -2$ ， $N = -1$ ，则 C 不成立；

$$\log_2 (-5)^2 = \log_2 5^2 = 2\log_2 5, \text{ 故 } D \text{ 不成立，}$$

4. 【答案】(1)(2)

解：(1) 因为 $x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 > 0$ ，故(1)正确；(2) 因为正方形的四个角都是直角，故(2)正确；(3) 因为 $x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^2 + 1 > 0$ 恒成立，故(3)错误；(4) 因为 $x^2 + 1 = 0$ 没有实数根，故(4)错误。综上所述，正确的有(1)(2)。

5. 【答案】 $\frac{1}{12}$

$$\text{解： } \left(\frac{1}{2}\right)^{2+\log_2 3} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 3} = \frac{1}{4} \cdot 2^{-\log_2 3} = \frac{1}{4} \cdot 2^{\log_2 \frac{1}{3}} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}.$$

6. 【答案】解：(1) 由题意知 $\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} = 3$ ，

$$\text{平方可得 } \left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 = a + a^{-1} + 2 = 9,$$

$$\text{所以 } a + a^{-1} = 7;$$

$$(2) \text{ 原式} = (\lg 4^2 + \lg \frac{5}{8}) + \log_2 5 \cdot \frac{\log_2 4}{\log_2 5} = \lg(16 \times \frac{5}{8}) + \log_2 4$$

$$= \lg 10 + \log_2 2^2$$

$$= 1 + 2$$

$$= 3.$$