江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第一学期高三数学学科导学案
导数与切线问题

研制人：李 峰　　审核人：曹远慧

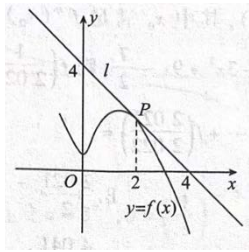
班级：______________ 姓名：______________学号：_________授课日期：2021.10.29

用导数研究曲线的切线，是高考的一个热点，内容主要涉及求曲线的斜率与方程、曲线的条数、公切线问题，由切线满足条件求参数值或参数取值范围等。

课前热身

1．如图，函数$y=f(x)$的图像在点$P(2,y)$处的切线是l，则$f(2)+f'(2)=(\quad)$

A．-4　　B．2　　C．-2　　D．1



2.曲线 $y=x+\frac{2}{x}$ 在点 $(1,3)$ 处的切线与两坐标轴所围成的三角形的面积为(　　)

A.4　　B．2　　C.16　　D.8

3. 已知 P 是曲线 $y=-\sin x(x\in[0,\pi])$ 上的动点，点 Q 在直线 $x-2y-6=0$ 上运 动，则当 $|PQ|$ 取最小值时，点 P 的横坐标为(　　)

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{2}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

4.(多选)若直线 $y=\frac{1}{2}x+b$ 是函数 $f(x)$ 图像的一条切线,则函数 $f(x)$ 可以是(　　)

A. $f(x)=\frac{1}{x}$　　B. $f(x)=x^4$　　C. $f(x)=\sin x$　　D. $f(x)=e^x$

知识梳理

(1) 求函数图象在“某一点处”和“过某一点”的切线方程，

前者直接求导，代入求斜率，再求切线方程。后者需要设出切点，建立方程，求出切点，再求切线方程。

(2) 由曲线的切线和公切线，求参数的取值范围，

此类题目通常构建新函数，探究函数的单调性，由新定义函数考查曲线的切线问题也是近几年考试的热点.

典例研究

例1.　（1）已知曲线 $f(x)=3x^3+5x^2-x+1$，过点 $(1,0)$ 的直线 l 与曲线 $y=f(x)$ 相切于点 P，则点 P 的横坐标为________.

（2）已知 a,b 为正实数，直线 $y=x-a+2$ 与曲线 $y=e^{x+b}-1$ 相切，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为________.

例2. 已知函数 $f(x)=-x^3+2x^2-x$. 若过点 $P(1,t)$ 可作曲线 $y=f(x)$ 的三条切线, 则实数 t的取值范围是________.

例3. 若曲线 $C_1: y=ax^2(a>0)$ 与曲线 $C_2: y=\mathrm{e}^x$ 存在公共切线,则实数a的取值范围为是________.

课堂小结

跟踪反馈

班级：______________姓名：______________学号：_________时长：60 分钟

1. 已知直线 $ax-by-2=0$ 与曲线 $y=x^3$ 在点 $P(1,1)$ 处的切线互相垂直, 则 $\frac{a}{b}=$ ( )

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. 直线 $y=kx+1$ 与曲线 $f(x)=a\ln x+b$ 相切于点 $P(1,2)$, 则 $2a+b=$ ( )

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

3. 曲线 $f(x)=2x\ln x$ 在 $x=\mathrm{e}$ 处的切线 l 与坐标轴围成的三角形的面积为 ( )

A. $\frac{e^2}{4}$ B. $\frac{2}{\mathrm{e}}$ C. $\frac{2}{\mathrm{e}^2}$ D. $\frac{\mathrm{e}^2}{2}$

4. 已知直线 $y=a(x-1)(a>0)$ 与曲线 $f(x)=\cos x(x\in(-\pi,\pi))$ 相切于点 A，与曲线的另一交点为 B．若 A,B 两点的横坐标分别 为 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，则 $(1-x_1)\tan x_1=($　　$)$

A. -1　　B. 2　　C.1　　D.-2

5. 已知两曲线 $f(x)=2\sin x,g(x)=a\cos x,x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 相交于点 P．若两曲线 在点 P 处的切线互相垂直，则实数 a 的值为(　　)

A. 2　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. ± 2　　D. $\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

6. 已知函数 $f(x)=\left(k+\frac{4}{k}\right)\ln x+\frac{4-x^2}{x},k\in[1,+\infty)$，曲线 $y=f(x)$ 上总存在两点$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$ 使曲线 $y=f(x)$ 在 M,N 两点处的切线互相平行，则x_1+x_2的取值范围为(　　)

A. $[4,+\infty)$　B. $(4,+\infty)$　C. $\left[\frac{16}{5},+\infty\right)$　D. $\left(\frac{16}{5},+\infty\right)$

7. 已知曲线 $y=x^3+ax-2$ 与 x 轴相切,则实数 $a=$________.

8. 函数数 $f(x)=\frac{1}{1-\sqrt{x}}+\frac{1}{1+\sqrt{x}}$，则 $f(x)$ 在 $x=2$ 处的导数 $f'(2)=$________.

9. 过点 $M(-1,0)$ 作曲 线 $C:y=2x^3+ax+a$ 的两条切线,这两条切线与 y 轴分别交于点 A,B．若 $|MA|=|MB|$，则实数 $a=$________.

10.已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$，$(a,b\in\mathbf{R})$，函数 $f(x)$图象上点 A 处的切线 l_1 与 $f(x)$ 的图象相交于另一点 B，在点 B 处的切线为 l_2，直线 l_1,l_2 的斜率分别为 k_1,k_2，且 $k_2=4k_1$，求 a,b 满足的 关系式.

11.设函数$f(x)=a\ln x(a\in\mathbf{R})$，函数$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程为$y=\frac{1}{2}x+b(b\in\mathbf{R})$.
(1) 求 a,b 的值;
(2) 求证：函数 $y=f(x)$与 $g(x)=\frac{x-1}{2x}(x>0)$的图象有且只有一条公切线，并求该公切线方程.