

优化问题设计 提升复习实效

——以苏科版“数、式的概念及其运算”复习为例*

刘德水 (江苏省苏州市阳山实验初级中学 215151)

复习课是初中数学教学中一个重要的课型,而复习课的问题设计是决定复习实效的重要环节.问题是数学的心脏,复习课中的问题是引领学生走向知识海洋的纽带,通过一个个“问题串”促发学生的数学思考,启迪学生的思维^[1].数学课堂教学本质是教师教与学生学的双边活动过程,复习课是在问题的引领下,学生自主探究、合作交流,教师引导点拨学生探索问题、解决问题,师生、生生互动形成知识网络的过程.在这个过程中,问题扮演着非常重要的角色.毫不夸张地说,没有问题就没有教学,没有有效的问题就没有有效的复习实效.因此,一节数学复习课优劣的基本要素就是问题的设计,即“好的问题”是“好的复习课教学”的基础.好问题能积极引发学生的数学思考,有利于落实基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验的学习,使学生在发现和提出问题、分析和解决问题的能力上有所发展,帮助学生完善知识体系.

近期,笔者在苏州市初三一轮复习研讨活动上开设了一节“数、式的概念及其运算”复习研讨课,现将这节课的教学分析、教学过程和教学思考整理成文,与同行交流.

1 教学分析

1.1 教材分析

从数学教学内容维度来看,数与式不仅是方程(组)、不等式(组)、函数等知识表达和运算的基础,而且也是许多图形问题中有关数量表达与计算的基础.数的运算是式的基础,式的运算是数的扩展.从数学思想方法维度来看,数与式所蕴含的思想方法如转化思想、分类讨论思想、数形结合思想、类比思想等对方程、不等式、函数的研究以及几何图形、概率等内容具有重要的指导意义.数与式内容中所渗透的数感和符号感也是理解方程和函数意义的本质及进行相关运用的基础.

1.2 学情分析

本节课是对苏科版“数与式”的整体复习.学生已经了解了数与式的概念,能熟练地进行数式运算,

但是对数与式之间的横向联系、纵向关联还不够明晰,有必要对“数与式”之间的内在关系进一步明确.授课班级的学生基础良好,有一定的问题意识和解决问题的能力,为实现课堂教学效益最大化奠定了基础.

1.3 教学目标

能在提供的学习素材中提出问题;经历发现问题和提出问题、分析问题和解决问题的过程,感受类比、转化、特殊与一般等数学思想方法,熟练掌握数、式的有关运算.

2 教学过程

2.1 实数与实数

问题1 写出4个数,并用这4个数编一道同级运算题.请分享你是如何运算的.

生: $2021 + 1 + 2 + 3, -1 - 2 - 3 - 4, \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{2019}{2020} \times 0, \sqrt{8} \div \sqrt{4} \div \sqrt{2} \div \pi^0$.

设计意图 呈现开放性问题,具有一定的挑战性,有利于学生自由发挥,主动回顾旧知,提取计算经验和唤醒记忆.可以恰当引导学生将书写的实数进行分类,将实数的分类结构图一起勾勒出来,为本节课后续“式”的逻辑关系的呈现与确立奠定基础.

问题2 利用下列数算24点: $|-3|, \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}, (\sqrt{3})^2, \sqrt{36}$.

生:这4个数分别是整数3,3,3,6,可以算24点的式子有:

$$(1) 3 + 3 + 3 \times 6 = 24;$$

$$(2) (3 + 3) \times 3 + 6 = 24;$$

$$(3) (3 \div 3 + 3) \times 6 = 24;$$

$$(4) 3 \times (3 + 6) - 3 = 24;$$

$$(5) 3^3 - (6 - 3) = 24;$$

$$(6) \left(\frac{6}{3}\right)^3 \times 3 = 24.$$

* 本文系江苏省教育科学“十三五”规划2020年度重点自筹课题“初中生数学建模能力培养与评价的实践研究”(编号:B-b/2020/02/104)、苏州市教育科学“十三五”规划2019年度课题“发展初中生数学建模素养的教学实践研究”(编号:192010343)的阶段性成果.

设计意图 以不同的方式呈现“数”,将基础计算技能渗透到问题解决过程中.学生用运算符号可以把数与数之间的关系表达出来,实数的四则混合运算实质就是表达了数与数之间的关系.这样的设计意在通过一个小问题尽可能地融入更多的计算元素,将基础知识和基本技能的复习效益最大化.

2.2 整式与整式

问题3 (1)写出几个只含有字母 x 的单项式.

(2)写出几个只含有字母 x 的多项式(一次或者二次多项式).

(3)写出几个只含有字母 x, y 的多项式(一次或者二次多项式).

问题4 请在整式 $x+3, 2x+6, x-3, 2x$ 中选取两个进行运算,使结果为最简整式.

设计意图 本环节设计的这两个自编问题,体现了“用字母表示数”由数到整式的发展过程.整式的加减实质就是合并“同类项”,整式的乘法是乘法分配律的应用,各种不同整式及整式之间的运算,体现学生的多角度的思维,将数与数的关系自然过渡到整式与整式的关系,使学生体会转化思想、从一般到特殊再从特殊到一般的思想,不断改进和优化解决问题的思路和方法,提高分析和解决数学问题的能力.

2.3 分式与分式

问题5 请在整式 $x+3, 2x+6, x-3, x^2+6x+9$ 中选取两个组成分式,并将你组成的分式与同伴组成的分式进行运算,运算结果最好为分式.

学生进行小组合作交流后作答如下(选取一例):

$$\frac{2x+6}{x^2+6x+9} \div \left(\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} \right) = \frac{2(x+3)}{(x+3)^2} \div \frac{(x-3)^2 - (x+3)^2}{(x+3)(x-3)} = \frac{2}{x+3} \times \frac{(x+3)(x-3)}{-12x} = \frac{3-x}{6x}.$$

师:(追问)再取一个你喜欢的 x 值,算出代数式的结果.

生:取不是0,3或者-3的实数代入求值.

设计意图 呈现一道开放式的分式化简题,在小组活动中培养学生提出问题、解决问题的能力.教学中要注重结构分析,强调运算顺序.该问题的设计包含了分式的加减、乘除以及整式的因式分解;取值时,还考查了分式的有无意义问题.类比整式的概念及其运算,唤醒分式的概念及其运算,式的系列扩展添加了新成员“分式”.

2.4 根式与根式

问题6 形如 \sqrt{x} ($x \geq 0$)是二次根式, x 取两个适当的整数值,并将这两个二次根式进行运算.

生:(1)若 x 取2和8,可将两个根式进行加减乘除的运算,运算过程和结果如下: $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$,或 $\sqrt{2} - \sqrt{8} = \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -\sqrt{2}$, $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$,或 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$.

(2)若 x 取3和6,则可进行两个二次根式的乘除运算(此处省略).

(3)也可取较为复杂的数或式进行运算(此处省略).

设计意图 类比整式的概念及其运算,式的系列扩展又增加成员“根式”.

2.5 数与式

问题7 请直接写出下列式子的运算结果:

(1) $(\sqrt{3})^2 + |-6|$; (2) $3x + 6x$; (3) $\frac{3}{x} + \frac{6}{x}$; (4) $3\sqrt{x} + 6\sqrt{x}$.观察这些运算题,你有什么发现?

生:运算结果分别为 $9, 9x, \frac{9}{x}, 9\sqrt{x}$.

设计意图 形式上进行数、整式、分式、根式之间的加法,如何运算?就是确认此类型的运算单位“1”,它们的单位依次分别是 $1, x, \frac{1}{x}, \sqrt{x}$,如果把 $1, x, \frac{1}{x}, \sqrt{x}$ 这样的基本单位看成是 a ,则这类计算

题实质就是计算 $3a+6a$.当然3和6可以分别用字母 m, n 替换,进而看成是关于含有字母 a 的同类项合并,即 $ma+na=(m+n)a$.基于这样的问题设计,让学生重新认识单位“1”.运算单位的确定对于解决一类问题有事半功倍的教学效益.

3 教学思考

好的问题是教师教和学生学的重要载体,是提高复习课实效的关键.一节复习课的实效如何关键在于问题的设计,好问题是一堂好复习课的必备条件.数学复习课如何优化问题设计?笔者认为好的问题设计要有指向性、开放性、传承性、挑战性和生长性.

3.1 问题设计要有指向性

复习课的问题设计要具有指向性,要能贴近学生的“最近发展区”,在知识的重难点处、学生困惑处设计问题,能启发学生思维,丰富学生想象,提高其分析与解决问题的能力.如问题5的要求是用现有两个整式组成分式并与其他分式进行运算(结果最好也为分式),显然此类问题创设能开启学生的思维的闸门,引发学生的思考,完善自己的认知结构,在交流解决中使学生逐渐释疑,将数学思维一步步引

向深入.

3.2 问题设计要有开放性

复习课要注重设计具有开放性的问题,因为开放性问题更能还原数学知识的本来面貌,而且对学生思维的发展和提升有更大的帮助^[2].开放性问题有利于培养学生运用数学的意识与探索的精神,有利于培养学生良好的思维品质,能保障学生学习的主体地位,有利于全体学生的主动参与,有利于实现教学的民主性和合作性,有利于学生树立信心、产生学习数学的兴趣及提高学生解决问题的能力,可以让不同层次的学生多层次、多角度地进行探索,从而做出不同层次的解答.本节课开放性的问题驱动设计比较多,如利用4个实数编写同级运算题、分式的组成及分式的混合运算、根式下被开方数的取值并计算等,均对不同角度思考的学生给予了不同层次的认知发展.问题设计要体现《义务教育数学课程标准(2011年版)》的培养目标,即要面向全体学生,适应学生个性发展的需要,使得人人能获得良好的数学教育,不同的人在学习上得到不同的发展^[3].

3.3 问题设计要有传承性

复习课中,分析问题并探究解决方法是学生吸收知识,提高思维能力,形成有效教学的前提.问题应存在于整个教学过程中,应使教学活动自始至终围绕问题的分析研究和解决展开.复习课问题在数学课堂上可采用小步走、渐进式、问题串的模式.问题设计也是多渠道的,可以是教师设计的问题,也可以是学生提出的问题,或者教材提供的问题,或与学生成长中匹配的最近发展区里的身边的数学情境问题.比如问题7中实数、整式、分式、根式等和的运算问题,就是传承了实数的运算,同单位的加法问题,只要认清本质“单位1”是谁,问题就迎刃而解.本课例围绕从数到式的扩展及其之间关系展开,关系中有传承,传承中有发展.

3.4 问题设计要有挑战性

复习课是在原有基础上的总结和提升,因此要设计具有挑战性的问题.学生面对挑战时,积极、勇敢、自信的正面情绪一旦得到激发与保持,其思想火花将会更加精彩^[4].在数学新课程标准中有一条基本理念:“学生的数学学习内容应当是现实的、有意义的、富有挑战性的.”认知心理学理论认为,学会真正的学习过程是认知结构不断改造扩展的过程,

而认知结构的改造与扩展必须通过学生亲自与外部情境产生交互作用,发生思维活动,由此建立起自己对内容、意义的理解.挑战性问题的实质在于激起学生强烈的思维活动,通过思维活动促进外部知识与内部认知结构之间产生实质性的互动,从而促进认知结构的不断发展.本节课中数与式的结构进一步重新认识与确立,凡是数的问题解决,后面总有匹配的式的问题相对应;数的问题解决了,可以用解决“数”的问题方式尝试解决“式”的各类问题,从数到式的不断扩展与相互之间的关系不断明晰的过程,就是一个不断挑战问题的过程.

3.5 问题设计要有生长性

复习课教学的最终结果不应仅仅是用所学知识解决问题,还应是在初步解决问题的基础上产生新的问题,与解决新的问题的周期性的循环生长过程.在这个过程中,学生丰富了自己的认知,掌握了某些分析问题和解决问题的科学方法,发展了某些方面的能力.“授之以鱼不如授之以渔”,在解决问题中,不断设计或出现了为解决问题而出现的辅助问题,而这些辅助问题又是解决问题的基本或核心问题,这样就形成了解决问题的问题链,由此逐步让学生掌握数学问题的基本思路、基本方法、基本思想,逐渐养成解决数学问题的思维习惯,形成解决数学问题的能力.本课例始终有一条驱动线索一直贯穿其中,即“加减乘除”的系列运算,而参与运算的素材是不同类型的数和不同类型的式.在问题设计中,不断尝试体现类比、一般到特殊、特殊到一般、转化等数学思想,发展学生观察、归纳、类比、概括等能力,将多个问题变成一个问题,将多个类型变成一个类型,帮助学生掌握通性通法,从而提升复习实效.

参考文献

- [1] 张合远.精心设计问题串,提高教学有效性[J].中国数学教育,2010(22):38-42.
- [2] 陆永霞.巧妙设计问题,提升初中数学课堂效率——“自学·议论·引导”模式下的问题设计策略分析[J].数学教学通讯,2019(20):47-48.
- [3] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2012.
- [4] 游一.注重学生思维发展的数学问题设计策略分析[J].数学教学通讯,2018(2):56-57.