

高一数学小练 (15)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 共 30.0 分)

1. 已知全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $A=\{2, 3, 5, 6\}$, 集合 $B=\{1, 3, 4, 6, 7\}$, 则集合 $A \cap (\complement_U B) = (\quad)$
A. $\{3, 6\}$ B. $\{2, 5\}$
C. $\{2, 5, 6\}$ D. $\{2, 3, 5, 6, 8\}$
2. 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递减, 且为奇函数. 若 $f(1) = -1$, 则满足 $-1 \leq f(x-2) \leq 1$ 的 x 的取值范围是 $(\quad)$
A. $[-2, 2]$ B. $[-1, 1]$ C. $[0, 4]$ D. $[1, 3]$
3. 化简 $\sqrt{a^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2} \sqrt{\frac{1}{a^2} \sqrt{a}}}}$ 的结果为 $(\quad)$
A. $\frac{1}{a^4}$ B. $\frac{1}{a^3}$ C. $\frac{1}{a^2}$ D. a
4. 已知函数 $f(x) = 4x^2 + kx - 1$ 在区间 $[1, 2]$ 上是单调函数, 则实数 k 的取值范围是 $(\quad)$
A. $(-\infty, -16] \cup [-8, +\infty)$ B. $[-16, -8]$
C. $(-\infty, -8) \cup [-4, +\infty)$ D. $[-8, -4]$
5. 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x - 3)$ 的单调递减区间是 $(\quad)$
A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, -1)$ C. $(3, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$
6. 若函数 $f(x) = \begin{cases} (3-a)x - 3, & x \leq 7 \\ a^{x-6}, & x > 7 \end{cases}$ 单调递增, 则实数 a 的取值范围是 $(\quad)$
A. $(\frac{9}{4}, 3)$ B. $[\frac{9}{4}, 3)$ C. $(1, 3)$ D. $(2, 3)$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 共 20.0 分)

7. 已知函数 $f(x) = x^5 + ax^3 + bx - 6$, 且 $f(-2) = 10$, 则 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 函数 $y = a^{x-2} + 2$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 一定过定点 $\underline{\hspace{2cm}}$.
9. 若扇形的弧长为 6cm , 圆心角为 2 弧度, 则扇形的面积为 $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$.
10. 已知函数 $f(x+1)$ 为奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = \lg|x|$, 则当 $x > 2$ 时, $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (本大题共 3 小题, 共 36.0 分)

11. 设函数 $f(x) = \lg(x^2 - x - 2)$ 的定义域为 A , 函数 $g(x) = 3^{x-1}$, ($x < 2$) 的值域为 B .
(1) 求 $A \cap B$;
(2) 若 $M = \{x | 2x + m < 0\}$, 且 $(A \cap B) \subseteq M$, 的实数 m 的取值范围.

12. 计算下列各题:

(1) $(2\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}} - (-0.96)^0 - (3\frac{3}{8})^{-\frac{2}{3}} + (1.5)^{-2}$;

(2) 若 $10^x=3$, $10^y=4$, 求 10^{2x-y} 的值.

13. 已知 $-\frac{\pi}{2} < x < 0$, $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$.

(1) $\sin x - \cos x$ 的值.

(2) 求 $\tan x$ 的值.

答案和解析

1. 【答案】B

【解析】

解： $\because U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B=\{1, 3, 4, 6, 7\}$,

$$\therefore C_U B = \{2, 5\}$$

$$\because A = \{2, 3, 5, 6\},$$

$$\therefore A \cap C_U B = \{2, 5\}$$

故选:B.

利用补集的定义求出集合 B 的补集, 利用交集的定义求出 $A \cap C_U B$.

本题考查利用交集、补集、并集的定义进行集合的交、并、补的混合运算.

2. 【答案】D

【解析】

解： $\because$ 函数 $f(x)$ 为奇函数.

若 $f(1)=-1$, 则 $f(-1)=1$,

又： $\because$ 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递减, $-1 \leq f(x-2) \leq 1$,

$$\therefore f(1) \leq f(x-2) \leq f(-1),$$

$$\therefore -1 \leq x-2 \leq 1,$$

解得： $x \in [1, 3]$,

故选:D.

由已知中函数的单调性及奇偶性, 可将不等式 $-1 \leq f(x-2) \leq 1$ 化为 $-1 \leq x-2 \leq 1$, 解

得答案.

本题考查的知识点是抽象函数及其应用, 函数的单调性, 函数的奇偶性, 难度中档.

3. 【答案】C

【解析】

解: 由条件知 $a \geq 0$,

$$\text{则 } \sqrt{a^{\frac{1}{2}}} \sqrt{a^{\frac{1}{2}}} \sqrt{a} = \sqrt{a^{\frac{1}{2}} \sqrt{a^{\frac{1}{2}+1}}} = \sqrt{a^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{a}} = \sqrt{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}},$$

故选:C.

根据分数指数幂的运算法则进行求解即可.

本题主要考查指数幂的计算, 要求熟练掌握指数幂的运算法则, 比较基础.

4. 【答案】A

【解析】

【分析】

求出 $f(x)$ 的对称轴方程, 讨论 $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上是单调增函数和减函数, 注意对称轴和区间的关系, 解不等式即可得到所求范围.

本题考查二次函数的单调性的判断, 注意运用分类讨论的思想方法, 考查运算能力, 属于中档题.

【解答】

解: 函数 $f(x)=4x^2+kx-1$ 的对称轴为 $x=-\frac{k}{8}$,

若 $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上是单调增函数,

可得 $-\frac{k}{8} \leq 1$, 解得 $k \geq -8$;

若 $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上是单调减函数,

可得 $-\frac{k}{8} \geq 2$, 解得 $k \leq -16$.

综上可得 k 的范围是 $(-\infty, -16] \cup [-8, +\infty)$.

故选 A.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】

先求出函数的定义域, 然后利用复合函数的单调性确定函数 $f(x)$ 的单调递减区间.

本题主要考查了复合函数的单调性以及单调区间的求法. 对应复合函数的单调性, 一要注意先确定函数的定义域, 二要利用复合函数与内层函数和外层函数单调性之间的关系进行判断, 判断的依据是“同增异减”.

【解答】

解:要使函数有意义, 则 $x^2-2x-3>0$, 解得 $x<-1$ 或 $x>3$,

设 $t=x^2-2x-3$, 则函数在 $(-\infty, 1]$ 上单调递减, 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增.

因为函数 $\log_{\frac{1}{3}} t$ 在定义域上为减函数,

所以由复合函数的单调性性质可知, 则此函数的单调递减区间是 $(3, +\infty)$.

故选 C.

6. 【答案】B

【解析】

【分析】

本题考查分段函数的应用, 指数函数的性质, 考查学生的计算能力, 属于中档题.

【解答】

解: $\because$ 函数 $f(x) = \begin{cases} (3-a)x-3, & x \leq 7 \\ a^{x-6}, & x > 7 \end{cases}$ 单调递增,

由指数函数以及一次函数的单调性的性质, 可得 $3-a>0$ 且 $a>1$.

但应当注意两段函数在衔接点 $x=7$ 处的函数值大小的比较,

即 $(3-a) \times 7 - 3 \leq a$, 可以解得 $a \geq \frac{9}{4}$,

综上, 实数 a 的取值范围是 $[\frac{9}{4}, 3)$.

故选 B.

7. 【答案】 $-\lg(x-2)$

【解析】

【分析】

本题考查了函数的奇偶性, 对称性, 以及函数解析式的应用. 由题意得到

$f(x) = -f(2-x)$, 根据条件中解析式, 得到结果.

【解答】

解: $\because$ 函数 $f(x+1)$ 为奇函数,

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 关于点 $(1, 0)$ 对称,

$$\therefore f(x) = -f(2-x),$$

$\therefore$ 当 $x > 2$ 时, $2-x < 0$,

$$\therefore f(x) = -f(2-x) = -\lg|x-2| = -\lg(x-2),$$

即 $f(x) = -\lg(x-2)$.

故答案为 $-\lg(x-2)$.

8. 【答案】 -22

【解析】

解: $\therefore f(x) = x^5 + ax^3 + bx - 6$, 且 $f(-2) = 10$,

$$\therefore f(-2) = -2^5 - a \cdot 2^3 - 2b - 6 = 10,$$

$$\text{则 } f(2) = 2^5 + a \cdot 2^3 - 2b - 6,$$

$$\text{两式相加得 } 10 + f(2) = -6 - 6 = -12,$$

$$\text{则 } f(2) = -10 - 12 = -22,$$

故答案为: -22.

根据奇函数的性质建立方程组关系进行求解决即可.

本题主要考查函数值的计算, 根据函数奇偶性的性质建立方程组关系是解决本题的关键.

9. 【答案】 (2, 3)

【解析】

解: 由 $x-2=0$, 得 $x=2$, 此时 $y=3$.

$\therefore$ 函数 $y = a^{x-2} + 2$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 一定过定点 (2, 3).

故答案为 (2, 3).

由指数式的指数等于 0 求得 x 值, 进一步求得 y 值, 则答案可求.

本题考查指数型函数的图象恒过定点问题, 关键是掌握此类问题的求法, 是基础题.

10. 【答案】 9

【解析】

解: 因为: 扇形的弧长为 6cm, 圆心角为 2 弧度,

所以: 圆的半径为: 3,

所以: 扇形的面积为: $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$.

故答案为:9.

由题意求出扇形的半径,然后求出扇形的面积.

本题是基础题,考查扇形面积的求法,注意题意的正确理解,考查计算能力.

11.【答案】解:(1)由 $x^2 - x - 2 > 0$ 得 $x > 2$ 或 $x < -1$,

即 $A = \{x | x > 2 \text{ 或 } x < -1\}$,

由函数 $g(x) = 3^{x-1}, (x < 2)$ 得 $B = (0, 3)$,

所以 $A \cap B = (2, 3)$;

(2)由已知 $M = (-\infty, -\frac{m}{2})$,

又 $(A \cap B) \subseteq M$,

所以 $-\frac{m}{2} \geq 3$,

解得 $m \leq -6$.

【解析】

本题考查集合的运算及函数的定义域和值域,同时考查指数函数对数的性质,还考查集合的关系.

(1) 先求出集合 A 与集合 B, 再求两个集合的交集;

(2) 由给出的题意构造出关于 m 的不等式, 求解即可.

12.【答案】解: (1) $(2\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}} - (-0.96)^0 - (3\frac{3}{8})^{-\frac{2}{3}} + (1.5)^{-2}$

$$= \frac{3}{2} - 1 - [(\frac{3}{2})^3]^{-\frac{2}{3}} + (\frac{3}{2})^{-2}$$

$$= \frac{1}{2} - (\frac{3}{2})^{-2} + (\frac{3}{2})^{-2}$$

$$= \frac{1}{2}.$$

(2) $\because 10^x = 3, 10^y = 4$,

$$\therefore 10^{2x-y} = \frac{10^{2x}}{10^y} = \frac{(10^x)^2}{10^y} = \frac{9}{4}.$$

【解析】

利用有理数指数幂的性质、运算法则求解.

本题考查有理数指数幂的化简求值，是基础题，解题时要认真审题，注意有理数指数幂的性质、运算法则的合理运用.

13. 【答案】解：（1） $\because -\frac{\pi}{2} < x < 0$,

$$\begin{aligned}\therefore \sin x - \cos x &= -\sqrt{(\sin x - \cos x)^2} = -\sqrt{1 - 2\sin x \cos x} \\ &= \sqrt{1 - [(\sin x + \cos x)^2 - 1]} = -\sqrt{1 + \frac{24}{25}} = -\frac{7}{5}.\end{aligned}$$

$$(2) \because \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1} = -\frac{1}{7},$$

$$\therefore \tan x = -\frac{3}{4}.$$

【解析】

(1) 先利用同角三角函数间的关系把 $\sin x - \cos x$ 等价转化为 $-\sqrt{1 - 2\sin x \cos x}$ ，由此能求出 $\sin x - \cos x$ 的值.

(2) 先 $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ 分子分母同时除以 $\cos x$ ，得到 $\frac{\tan x + 1}{\tan x - 1} = -\frac{1}{7}$ ，由此能求出 $\tan x$ 的值.

本题考查同角三角函数间的基本关系系，是基础题，解题时要认真审题，注意三角函数的符号.