2020-2021学年度第一学期期末学业水平诊断

高三数学

注意事项：

1.本试题满分150分，考试时间为120分钟.

2.答卷前，务必将姓名和准考证号填涂在答题卡上.

3.使用答题纸时，必须使用0.5毫米的黑色签字笔书写，要字迹工整，笔迹清晰；超出答题区书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效.

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1.已知集合 $P=\{x|0<x<4\}$，$Q=\{x|y=\lg(x-3)\}$，则 $P\cap Q=$（　　）

A. $\{x|3\le x<4\}$　　B. $\{x|3<x<4\}$　　C. $\{x|0<x<3\}$　　D. $\{x|0<x\le 3\}$

2.已知命题 $p:\forall x\in R$，$x+|x|\ge 0$，则 $\neg p$ 为（　　）

A. $\exists x_0\in \mathbf{R}$，$x_0+|x_0|\le 0$　　B. $\exists x_0\in \mathbf{R}$，$x_0+|x_0|<0$

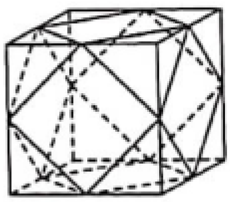
C. $\forall x\in \mathbf{R}$，$x+|x|\le 0$　　D. $\forall x\in \mathbf{R}$，$x+|x|<0$

3.已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_9=52$，$S_4=22$，则 $a_7=$（　　）

A.4　　B.5　　C.6　　D.7

4.水晶是一种石英结晶体矿物，因其硬度、色泽、光学性质、稀缺性等，常被人们制作成饰品.如图所示，现有棱长为2cm的正方体水晶一块，将其裁去八个相同的四面体，打磨成某饰品，则该饰品的表面积为（单位：cm^2）

A. $12+4\sqrt{3}$　　B. $16+4\sqrt{3}$　　C. $12+3\sqrt{3}$　　D. $16+3\sqrt{3}$

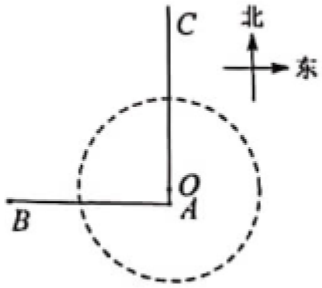


5.若 $3\cos 2\alpha=8\sin\alpha-5$，则 $\tan\alpha=$（　　）

A. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D. $\pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$

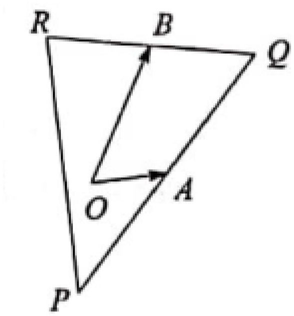
6.右图是某主题公园的部分景观平面示意图，圆形池塘以O为圆心，以$45\sqrt{2}m$为半径，B为公园入口，道路AB为东西方向，道路AC经过点O且向正北方向延伸，$OA=10m$，$AB=100m$，现计划从B处起修一条新路与道路AC相连，且新路在池塘的外围，假设路宽忽略不计，则新路的最小长度为（单位：m）（　　）

A.$100\sqrt{2}$　　B.$100\sqrt{3}$　　C.$150\sqrt{2}$　　D.$150\sqrt{3}$



7 如图所示，平面向量$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$的夹角为 60°，$\left|\overrightarrow{OB}\right|=2\left|\overrightarrow{OA}\right|=2$，点$P$关于点$A$的对称点$Q$，点$Q$关于点$B$的对称点为点$R$，则$\left|\overrightarrow{PR}\right|$为（　　）

A.$\sqrt{3}$　　B.$2\sqrt{3}$　　C.4　　D.无法确定



8.已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\cos x, x>0\\ kx, x\le 0\end{cases}$，若方程$f\left(x\right)+f\left(-x\right)=0$有$n$个不同的实根，从小到大依次为$x_1$，$x_2$，$x_3$，…，$x_n$，则下列说法错误的是（　　）

A.$x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n=0$　　B.当$n=1$时，$k<-\frac{1}{\pi}$

C.当$n=3$且$k<0$时，$\tan x_3=-\frac{1}{x_3}$　　D.当$x>\frac{1}{2\pi}$时，$n=3$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分.

9 将函数 $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到函数 $f\left(x\right)$ 图象，则（　　）

A. $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 是函数 $f\left(x\right)$ 的一个解析式

B.直线 $x=\frac{7\pi}{12}$ 是函数 $f\left(x\right)$ 图象的一条对称轴

C.函数 $f\left(x\right)$ 是周期为 π 的奇函数

D.函数 $f\left(x\right)$ 的递减区间为 $\left[k\pi-\frac{5\pi}{12},k\pi+\frac{\pi}{12}\right]\left(k\in\mathbf{Z}\right)$

10.已知抛物线 $C:y^2=2px\left(p>0\right)$ 的焦点为 F，过 F 且斜率为 $2\sqrt{2}$ 的直线交抛物线 C 于 A、B 两点，其中 A 在第一象限，若 $\left|AF\right|=3$，则（　　）

A. $p=1$　　B. $\left|BF\right|=\frac{3}{2}$　　C.以 AF 为直径的圆与 y 轴相切　　D. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-3$

11.已知 $a>0$，$b>0$，下列命题中正确的是（　　）

A.若 $a+b=2$，则 $\lg a+\lg b\le 0$

B.若 $ab-a-2b=0$，则 $a+2b\ge 9$

C.若 $a+b=2$，则 $\frac{a}{b}+\frac{1}{ab}-\frac{1}{2}\ge\frac{\sqrt{5}}{2}$

D.若 $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+2}=\frac{1}{3}$，则 $ab+a+b\ge 14+6\sqrt{6}$

12 已知函数 $f\left(x\right)=x\left(\mathrm{e}^x+1\right)$，$g\left(x\right)=\left(x+1\right)\ln x$，则（　　）

A.函数 $f\left(x\right)$ 在 $\mathbf{R}$ 上无极值点

B.函数 $g\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上存在唯一极值点

C.若对任意 $x>0$，不等式 $f\left(ax\right)\ge f\left(\ln x^2\right)$ 恒成立，则实数 a 的最大值为 $\frac{2}{e}$

D.若 $f\left(x_1\right)=g\left(x_2\right)=t\left(t>0\right)$，则 $\frac{\ln t}{x_1\left(x_2+1\right)}$ 的最大值为 $\frac{1}{e}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.已知 F_1，F_2 为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的左、右焦点，过 F_1 作 x 轴的垂线交 C 于 A、B 两

点，若$\left|AB\right|=2\left|F_1F_2\right|$，则$C$的离心率为__________.

14 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，$a_m+a_n=a_{m+n}\left(m,n\in \mathrm{N}^*\right)$，用$[x]$表示不超过$x$的最大整数，则数列$\{[\log_2 a_n]\}$的前10项和为_________.

15.测量珠穆朗玛峰的高度一直受到世界关注，2020年12月8日，中国和尼泊尔共同宣布珠穆朗玛峰的最新高度为8848.86米某课外兴趣小组研究发现，人们曾用三角测量法对珠峰高度进行测量，其方法为：首先在同一水平面上选定两个点并测量两点间的距离，然后分别测量其中一个点相对另一点以及珠峰顶点的张角，再在其中一点处测量珠峰顶点的仰角，最后计算得到珠峰高度.该兴趣小组运用这一方法测量某建筑物高度，如图所示，已知该建筑物CP垂直于水平面，水平面上两点A，B的距离为200m，$\angle PAB=60°$，$\angle PBA=45°$，$\angle PAC=30°$，则该建筑物CP的高度为_________（单位：m）.

16.一个球被平面截下的一部分叫做球缺，截面叫做球缺的底面，垂直于截面的直径被截下的线段长叫做球缺的高，球缺的体积公式$V=\dfrac{\pi}{3}(3R-h)h^2$，其中$R$为球的半径，$h$为球缺的高若一球与一棱长为$\sqrt{6}$的正四面体的各棱均相切，则该球的半径为_________，该球被此正四面体的一个侧面所截得的球缺（小于半球）的体积为___________.（本题第一空2分，第二空3分）

四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10分）

在①$\sqrt{3}a\cos\dfrac{A+C}{2}=b\sin A$，②$a=b\cos C+\sqrt{3}c\sin B$，③$(2a-c)\left(a^2-b^2+c^2\right)=2abc\cos C$这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并给出解答.

问题：已知$\triangle ABC$内角A，B，C的对边分别是a，b，c，$b=2$，________，求ac的最大值.

注：如果选择多个条件分解答，按第一个解答计分.

18.（12分）

已知数列$\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列，其前n项和为S_n，$a_1=1$，$S_2=\dfrac{13}{9}$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

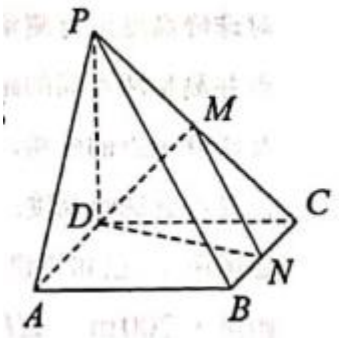
（2）令$b_n=(2n+1)a_n$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

19.（12分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为正方形，$PD\perp$底面$ABCD$，M为线段PC的中点，$PD=AD$，N为线段BC上的动点.

（1）证明：平面$MND\perp$平面PBC；

（2）当点 N 在线段 BC 的何位置时，平面 MND 与平面 PAB 所成锐二面角的大小为 30° ？指出点 N 的位置，并说明理由.

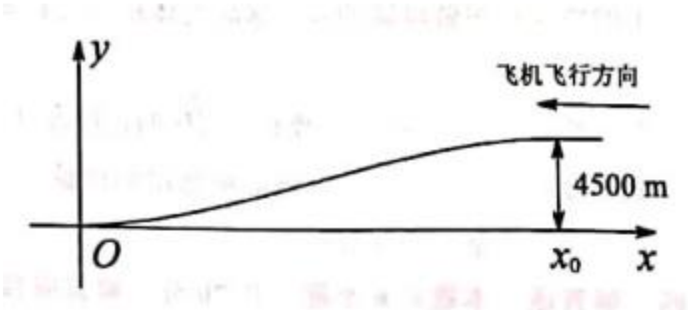


20.（12 分）

在研制飞机的自动着陆系统时，需要研究飞机的降落曲线.如图，一架水平飞行的飞机的着陆点为原点 O，飞机降落曲线大致为 $y=ax^3+bx^2$，其中 x（单位：m）表示飞机距离着陆点的水平距离，y（单位：m）表示飞机距离着陆点的竖直高度.假设飞机开始降落时的竖直高度为 4500m，距离着陆点的水平距离为 x_0，飞机在整个降落过程中始终在同一个竖直平面内飞行，且飞机开始降落时的降落曲绯与平方向的有线相切.

（1）用 x 分别表示 a 和 b：

（2）若飞机开始降落时的水平速度 150m/s，且在整个降落过程中水平速度保持不变，另外，基于安全考虑，飞机在降落过程中的竖直加速度 $y''(t)$（即 y 关于降落时间 t（单位：s）的导函数 $y'(t)$ 的导数）的绝对值不超过 1m/s^2，求飞机开始降落时距离着陆点的水平距离 x_0 的最小值.



21.（12 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，F_1，F_2 为椭圆 C 的左，右焦点，过 F_1 斜率不为零的直线 l_1 交椭圆于 P，Q 两点，$\triangle F_2PQ$ 的周长为 8.

（1）求椭圆 C 的方程

（2）设 A 为椭圆 C 的右顶点，直线 AP， AQ 分别交直线 $l_2: x=-4$ 于 M， N 两点，试判断以 MN 为直径的圆是否恒过椭圆长轴上一个定点，并说明理由.

22.（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=e^x-ax-1$（$a\in\mathbf{R}$， e 为自然对数的底数）

（1）若 $f\left(x\right)$ 在定义域内有唯一零点，求 a 的取值范围；

（2）若 $f\left(x\right)\le x^2e^x$ 在 $\left[0,+\infty\right)$ 上恒成立，求 a 的取值范围.

2020-2021 学年度第一学期期末学业水平诊断

高三数学参考答案及评分标准

一、单项选择题

B B C A　D A B D

二、多项选择题

9.BD　10.BCD　11.ACD　12.AD

三、填空题

13.$\sqrt{2}+1$　14.29　15.$100\left(\sqrt{3}-1\right)$　16.$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\dfrac{3\sqrt{3}-4}{12}\pi$

四、解答题

17.解：若选①：由已知得 $\sqrt{3}\sin A\sin\dfrac{B}{2}=\sin B\sin A$，

即 $\sqrt{3}\sin\dfrac{B}{2}=2\sin\dfrac{B}{2}\cos\dfrac{B}{2}$.

化简得 $\cos\dfrac{B}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，因为 $B\in\left(0,\pi\right)$，所以 $\dfrac{B}{2}=\dfrac{\pi}{6}$， $B=\dfrac{\pi}{3}$.

又 $\cos B=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ac}=\dfrac{1}{2}$，

所以 $a^2+c^2=ac+4\ge 2ac$，当且仅当 $a=c$ 时取等号，

故 $ac\le 4$，即 ac 的最大值为　　4.

若选②：由已知得 $\sin A=\sin B\cos C+\sqrt{3}\sin C\sin B$，

$\sin(B+C)=\sin B\cos C+\sqrt{3}\sin C\sin B$,

$\sin B\cos C+\cos B\sin C=\sin B\cos C+\sqrt{3}\sin C\sin B$,

化简得 $\cos B=\sqrt{3}\sin B$，即 $\tan B=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\dfrac{\pi}{6}$.

由 $\cos B=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ac}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

可得 $a^2-c^2=\sqrt{3}ac+4\geq 2ac$，当且仅当 $a=c$ 时取等号，

故 $ac\leq 8+4\sqrt{3}$，即 ac 的最大值为 $8+4\sqrt{3}$.

若选③：由已知 $(2a-c)\cdot 2ac\cos B=2abc\cos C$,

即 $(2a-c)\cos B=b\cos C$,

又 $(2\sin A-\sin C)\cos B=\sin B\cos C$,

所以 $2\sin A\cos B=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\sin(B+C)=\sin A$.

所以 $\cos B=\dfrac{1}{2}$，因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\dfrac{\pi}{3}$.

由 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{1}{2}$,

得 $a^2+c^2=ac+4\geq 2ac$，当且仅当 $a=c$ 时取等号，

故 $ac\leq 4$，即 ac 的最大值为 4.

18.解：（1）设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q,

于是 $S_3=a_1(1+q+q^2)=1+q+q^2=\dfrac{13}{9}$,

解得 $q=\dfrac{1}{3}$ 或 $q=-\dfrac{4}{3}$,

因为 $q>0$，所以 $q=\dfrac{1}{3}$,

所以 $a_n=\dfrac{1}{3^{n-1}}$.

（2）由（1）可得，$b_n=\dfrac{2n+1}{3^{n-1}}$,

$T_n=3+\dfrac{5}{3}+\dfrac{7}{3^2}+\cdots+\dfrac{2n-1}{3^{n-2}}+\dfrac{2n+1}{3^{n-1}}$,

$\frac{1}{3}T_n=\frac{3}{3}+\frac{5}{3^2}+\cdots+\frac{2n-1}{3^{n-1}}+\frac{2n+1}{3^n}$，

两式相减可得，$\frac{2}{3}T_n=3+\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}+\cdots+\frac{2}{3^{n-1}}\right)-\frac{2n+1}{3^n}$

$=3+\frac{\frac{2}{3}-\frac{2}{3^n}}{1-\frac{1}{3}}-\frac{2n+1}{3^n}$

$=4-\frac{1}{3^{n-1}}-\frac{2n+1}{3^n}$，

所以$T_n=6-\frac{n+2}{3^{n-1}}$.

19.解：（1）因为$PD\perp$底面$ABCD$，$BC\subset$面$ABCD$，所以$PD\perp BC$，

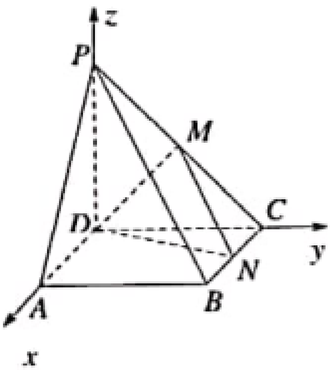
又$CD\perp BC$，$PD\cap CD=D$，所以$BC\perp$平面PCD，

又$DM\subset$平面PCD，所以$DM\perp BC$，

因为在$\triangle PDC$中，$PD=AD$，M为PC的中点，所以$DM\perp PC$，

又$PC\cap BC=C$，所以$DM\perp$平面PBC，

又$DM\subset$平面DMN，所以平面$MND\perp$平面PBC；



（2）设$PD=1$，以D为坐标原点，分别以$\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{DP}$方向为x，y，z轴的正方向，建立空间直角坐标系$D-xyz$，设$N(\lambda,1,0)$，则$\overrightarrow{AP}=(-1,0,1)$，$\overrightarrow{AB}=(0,1,0)$，$\overrightarrow{DN}=(\lambda,1,0)$，$\overrightarrow{DM}=\left(0,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$.

设$\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$为平面PAB的一个法向量，

则有$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AP}=0\\\vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}-x_1+z_1=0\\y_1=0\end{cases}$，令$x_1=1$，可得$\vec{m}=(1,0,1)$，

设$n=(x_x,y_x,z_2)$为平面MND的一个法向量，

则有$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DN}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DM}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}\lambda x_2+y_2=0\\ \dfrac{1}{2}y_2+\dfrac{1}{2}z_2=0\end{cases}$，令$x_2-1$，可得；$\vec{n}=\left(1,-\lambda,\lambda\right)$，

因为平面MND与平面PAB夹角为$30°$，所以$\dfrac{|m\cdot n|}{|m||n|}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，.

即$\dfrac{|1+\lambda|}{\sqrt{2}\sqrt{1+2\lambda^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，解得$\lambda=\dfrac{1}{2}$，

故N为线段BC的中点.

20.解：（1）设$f\left(x\right)=ax^3+bx^2$.

则$f'\left(x\right)=3ax^2+2bx$，

由题意可知，$\begin{cases}f\left(x_0\right)=4500\\ f'\left(x_0\right)=0\end{cases}$，即$\begin{cases}ax_0^3+bx_0^2=4500\\ 3ax_0^2+2bx_0=0\end{cases}$

解得$a=-\dfrac{9000}{x_0^3}$，$b=\dfrac{13500}{x_0^2}$.

（2）由（1）可知，$f(x)=-\dfrac{9000}{x_0^3}x^3+\dfrac{13500}{x_0^2}x^2$，$x\in\left[0,x_0\right]$，

设飞机降落时间为t，则$x=x_0-150t$，

则$y\left(t\right)=-\dfrac{9000}{x_0^3}\left(x_0-150t\right)^3+\dfrac{13500}{x_0^2}\left(x_0-150t\right)^2$，$t\in\left[0,\dfrac{x_0}{150}\right]$，

$y'\left(t\right)=\dfrac{607500000}{x_0^3}\left(150t^2-x_0t\right)$，

$y''\left(t\right)=\left(y'\left(t\right)\right)'=\dfrac{607500000}{x_0^3}\left(300t-x_0\right)$，$t\in\left[0,\dfrac{x_0}{150}\right]$，

当$t=0$或$\dfrac{x_0}{150}$时，$\left|y''\left(t\right)\right|$取最大值$\dfrac{607500000}{x_0^2}$，故$\dfrac{607500000}{x_0^2}\le 1$，

可得$x_0\ge 4500\sqrt{30}$.

所以飞机开始下降时距离着陆点水平距离的最小值为$4500\sqrt{30}$米.

21.解：由题意$4a=8$，$a=2$，因为$\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}$，所以$c=1$，

而 $a^2=b^2+c^2$，所以 $b=\sqrt{3}$，

故椭圆的方程为：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，

（2）由（1）知 $F_1(-1,0)$，设 l_1 的方程为：$x=ty-1$，代入 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 得：

$(3t^2+4)y^2-6ty-9=0$，

设 $P(x_1,y_1)$，(x_2,y_2)，则 $y_1+y_2=\dfrac{6t}{3t^2+4}$，$y_1y_2=\dfrac{-9}{3t^2+4}$，

因为 $x_1=ty_1-1$，所以 $k_{AP}=\dfrac{y_1}{x_1-2}=\dfrac{y_1}{ty_1-3}$，

所以直线 AP 的方程为：$y=\dfrac{y_1}{ty_1-3}(x-2)$，

令 $x=-4$，得 $y_M=\dfrac{-6y_1}{ty_1-3}$，

所以 $M\left(-4,\dfrac{-6y_1}{ty_1-3}\right)$，

同理可得 $N\left(-4,\dfrac{-6y_2}{ty_2-3}\right)$，

若以 MN 为直径的圆过长轴上定点 H，则 $\overrightarrow{MH}\cdot\overrightarrow{NH}=0$，

设 $H(m,0)(-2\le m\le 2)$，则 $\overrightarrow{MH}=\left(m+4,\dfrac{6y_1}{ty_1-3}\right)$，$\overrightarrow{NH}=\left(m+4,\dfrac{6y_1}{ty_2-3}\right)$，

于是 $(m+4)^2+\dfrac{36y_1y_2}{(ty_1-3)(ty_2-3)}=0$ 对任意实数 t 恒成立，

所以 $(m+4)^2+\dfrac{36y_1y_2}{t^2y_1y_2-3t(y_1+y_2)+9}=0$，

而 $\dfrac{36y_1y_2}{t^2y_1y_2-3t(y_1+y_2)+9}=\dfrac{36\times\dfrac{-9}{3t^2+4}}{t^2\times\dfrac{-9}{3t^2+4}-3t\times\dfrac{6t}{3t^2+4}+9}=-9$

所以 $(m+4)^2=9$，

解得 $m=-1$ 或 $m=-7$，

因为 $-2\le m\le 2$，所以 $m=-1$.

22.解：（1） $f'(x)=e^x-a$，

当 $a\le 0$， $f'(0)>0$， $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

又 $f(-1)=\frac{1}{e}-1+a<0$， $f(1)=e-a-1>0$，由零点存在定理知，函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上有唯一零点，符合题意.

当 $a>0$，令 $f'(x)=0$ 得 $x=\ln a$，

当 $x\in(-\infty,\ln a)$， $f'(x)<0$， $f(x)$ 单调递减， $x\in(\ln a,+\infty)$， $f'(x)>0$， $f(x)$ 单调递增，

所以 $f(x)_{\min}=f(\ln a)=e^{\ln a}-a\ln a-1=a-a\ln a-1$.

设 $g(a)=a-a\ln a-1(a>0)$，则 $g'(a)=1-(\ln a+1)=-\ln a$，

当 $0<a<1$ 时， $g'(a)>0$， $g(a)$ 单调递增，

当 $a>1$ 时， $g'(a)<0$， $g(a)$ 单调递减，

所以 $g(a)_{\max}=g(1)=0$，故 $a=1$，

综上，实数 a 的取值范围为 $\{a|a\le 0或a=1\}$.

（2） $f(x)\le x^2\mathrm{e}^x$ 对 $x\in[0,+\infty)$ 恒成立，即 $(1-x^2)e^x\le ax+1$ 对 $x\in[0,+\infty)$ 恒成立，

记 $h(x)=(1-x^2)\mathrm{e}^x=(1+x)(1-x)\mathrm{e}^x$，

当 $a\ge 1$ 时，设函数 $m(x)=(1-x)e^x$，则 $m'(x)=-xe^x\le 0$，因此 $m(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递减，

又 $m(0)=1$，故 $m(x)\le 1$ ，

所以 $h(x)=(1+x)m(x)\le 1+x\le ax+1$；

当 $0<a<1$ 时，设函数 $n(x)=e^x-x-1$，则 $n'(x)=e^x-1\ge 0$，所以 $n(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递减，

且 $n(0)=0$，故 $e^x\ge x+1$.

当 $0<x<1$ 时， $h(x)>(1-x)(1+x)^2$， $(1-x)(1+x)^2-ax-1=x(1-a-x-x^2)$，

取 $x_0=\dfrac{\sqrt{5-4a-1}}{2}$，则 $x_0\left(0,1\right)$，$\left(1-x_0\right)\left(1+x_0\right)^2-ax_0-1=0$，故 $h\left(x_0\right)>ax_0+1$，

当 $a\le 0$，取 $x_0=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，则 $x_0\in\left(0,1\right)$，$h\left(x_0\right)>\left(1-x_0\right)\left(1+x_0\right)^2=1\ge ax_0+1$.

综上，a 的取值范围为$\left[1,+\infty\right)$.