如上图所示做两条辅助线,通过两次证明全等,最后可以得到所求两三角形全等.最后得出结论:当两个三角形有两边和其中一边的对角对应相等时, 如果相等的角是直角或钝角的时候, 这两个三角形全等, 这就是满足 SSA 的两个三角形全等的特殊条件[5].即当 B 为钝角或直角时,即可满足特殊情况下的 SSA.

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$,整理得 $\sin A=\frac{a\sin B}{b}$,已知 a、b、B,故 $\sin A$ 值唯一确定,又由正弦函数在 $(0,\pi)$ 的单调性可知,此时 A 值不唯一确定,且有两个解,故一般情况下,SSA 不能判定三角形全等.若此时,已知角 B 为直角或者钝角(或已知 A 的范围),则所求角 A 一定为锐角,故就不存在多解的情况.

5 结语

可以发现文中用到了正弦函数的单调性,当然也可以"去函数化",结合单位圆对正弦的定义,跳过函数单调性的运用直接得到正弦的多解性.在教学中,也可以带领学生初步接触正弦函数的单调性,帮助他们初步了解方程的解的个数与函数单调性之间的关系.故在"新体系" 下,对三角学的研究有很多可能,也有很多创新,需要进一步的完善.

以上以一种不同的视角分析了"三角形判定法则"与有关定理的证明,说明在教学中,数学教师应对同一数学知识进行多角度的思考,增强对知识的融汇贯通和深刻理解,这样才能看到"不一样的风景[6]". 作为"研究型" 中学数学教师应该时时跳出以往的数学教学范畴,从不同的角度来看待所教的数学知识虽然不一定要把这些"异样" 的方法教授给学生[7],但可以站在更高的角度去设计中学数学知识的教学.

参考文献

[1] 张景中.一线串通的初等数学[M].北京:科学出版社,2009.

[2] 张景中,彭翕成.一线串通的初等数学[J].数学通报,2010,49(02):1-5.

[3] 崔雪芳.数学中用"菱形面积"定义正弦的教学实验[J].宁波大学学报(理工版),2011,24(02):128-132.

[4] 王文俊.高中阶段"用面积定义正弦"教学初探[D] .上海:华东师范大学,2008.

[5] 彭象华."失误"岂能错过 探究走出"迷惑"——"满足'SSA'的两个三角形何时全等"拓展课教学设计与分析[J].中国数学教育,2018(Z3):65-68.

[6] 王佩,赵思林.对人教 A 版高中数学教材中几个问题的商榷[J].教学与管理,2018(04):42-44.

[7] 温建红,王列.从不同视角解析数学教科书中的习题——以"漏壶" 问题为例[J].数学通报,2016,55(04):33-36.

作者简介 李锋雷,云南师范大学数学学院硕士研究生;研究方向:数学史与数学教育.

胡恩良(1975—),男,博士,教授,硕士生导师,主要研究离散数学与数学教育;研究方向:数学史与数学教育.

开发数学应用素材的路径探究*

广州市第九十七中学 510260 **徐进勇**

【摘 要】 好的数学应用素材能体现历史、情境、人文、思想与现实,能有效提高学生数学抽象、逻辑推理、数学建模素养.教学实践中总结应用素材开发的多条路径,以求创设良好的数学应用素材,实现抽象数学与生动现实间的沟通,突破数学因高度抽象概括产生的理解障碍,为改善数学的教与学提供极大可能.

【关键词】 应用素材;路径;案例

中国数学经典《九章算术》汇集了 246 个数学问题及其解法,问题解决过程带动数学知识的学习与理解;《数术九章》作者秦九韶,主张"数术之传,以实为本",就是在强调数学的应用.1993 年 4 月北京师范大学召开"在中学数学教学中贯彻应用性原则的研讨会",严士键、张奠宙两位教授率先提出要在高考试题中增加数学应用内容.2003 年,《普通高中数学课程标准(实验)》将"发展学生的数学应用意识" 作为课程的十大理念之一.2018 年《普通高中数学课程标准(2017 年版)》(以下称为《新课标》)

* 本文系广东省教育研究院中小学数学教学研究专项课题"文化视角下高中数学应用素材开发的实践研究"(立项编号 GDJY-2020-A-s100)的研究成果.

提出教育要“立德树人”,并把数学建模作为数学学科六大核心素养之一,将数学建模活动与数学探究活动作为课程内容的四条主线之一.教育部考试中心命题专家总结说:“新的高考数学试题注重考查数学应用素养,试卷设置的情境真实、贴近生活,同时具有深厚的文化底蕴,体现数学原理和方法在解决问题中的价值和作用.”

数学应用包括两个方面:一是在数学内部的应用,即运用已有的数学知识和思想方法解决新的数学问题,这类问题多归结为“数学结构的逻辑化”;二是在数学外部的应用,即运用数学理论解决有关实际问题,可分为把含有实际背景和非数学学科背景的问题变成数学问题即建立数学模型,这类问题可归结为“现实问题数学化”;另一方面是怎样把数学理论广泛地应用于各种具体情境,这类问题可归结为“数学理论应用化”.分类如下:

$$\text{数学应用}\begin{cases}\text{内部应用:数学结构逻辑化}\\ \text{外部应用}\begin{cases}\text{现实问题数学化}\\ \text{数学理论应用化}\end{cases}\end{cases}$$

数学应用的研究包含:激发学生数学应用学习兴趣、提高学习动机;从知识的情境性、逻辑性、文化性、综合性开展数学应用;在课堂教学中渗透数学应用思想,开展数学建模教学;增加数学课外实践活动,进行有效的知识应用拓展等,这其中体现历史、情境、人文、思想、现实.数学应用素材的开发就是创设具有上述特征的教学材料,为教学服务.教学中,学习他人经验的同时,自己也创设了很多有意义的应用素材,总结了素材开发的 8 条路径,实现了抽象的数学与生动的现实间的沟通,突破数学因高度抽象概括产生的“难以意会、无法言传”的障碍,为改善数学的教与学提供极大可能.

1　创设逻辑建构素材

数学内容结构严谨、逻辑缜密,数学知识的发展相互联系,前后一致.教师备课的主要任务是要站在系统的高度为学生构建前后一致、逻辑连贯的思维链,并提供恰当材料,引领学生经历感知、抽象、概括它们的共同本质属性的过程.

案例　在学习“零指数幂、负指数幂”时,学生已有知识:a^n 表示 n 个 a 相乘的积,$a^m \div a^n = a^{m-n}$($a \neq 0, m, n \in \mathbf{Z}^*, m > n$).之所以规定 $m > n$,是因为 0 个 a 相乘、-1 个 a 相乘是没有意义的.随着数集学习范围的扩大,如何突破认识负指数幂含义这道“坎”呢?

首先确定当 $m \leqslant n$ 时,$a^m \div a^n$ 是有意义的,如 $2^3 \div 2^3 = 1, 2^3 \div 2^4 = \dfrac{1}{2}$.那么它又为何可以写成 2^0 和 2^{-1} 呢?2^0 和 2^{-1} 又有何含义呢?

为此,石志群老师创设素材:有 1 个细胞分裂 1 次变成 2 个,分裂 2 次变为 2^2 个,分裂 3 次变为 2^3 个,分裂 4 次变为 2^4 个,…….当这个细胞没有分裂(即分裂次数为 0)时,细胞个数是多少?

生:$2^0 = 1$.

师:可见,2^0 还是有道理的!于是我们可以规定 $a^0 = 1$,从而同底数幂的除法运算法则在 $m = n$ 时就可以成立了.

追问:请学生在数轴上依次标出 $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \cdots$ 所表示的点,并研究这些点有何关系?

生:它们与原点的距离分别是 1,2,4,8,16,…,后一段距离是前一段距离的 2 倍.

师:反向观之,有何发现?(如图 1)

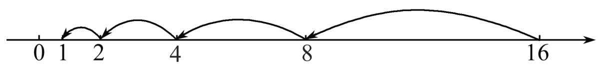

图 1

生:指数每减少 1,幂所对应的点为原点与前一个点的中点.

师:按这个趋势,因为 $2^0 = 1$,如果 2^{-1} 有意义的话,那么它所对应的点应该在哪里?对应的实数是哪个?

生:$2^{-1} = \dfrac{1}{2}$.

师:你能理解 $2^{-2} = ?$　$2^{-n} = ?$

通过构建这样的素材,在学生已有知识“正整数指数幂”的基础上,抓住对于 2^n 当指数增加 1 时(正向变化),幂变为原来的 2 倍,并借以数轴直观,提出逆向思考与观察:指数减少 1 时(负向变化),幂所对应的点与前一个点有何联系,从而产生新结果,实现认识上质的飞跃,拓展了乘方运算的意义.正如石志群老师所说:数学的“规定”不是那么随意的,它需要有数学赋于的权利,也要有现实的合理性,还要符合数学内部的和谐一致[1].

事实上,教材内容的编排是很重视知识的逻辑结构的.如选修 2-3 回归分析的基本思想是在明确了如何研究线性回归的基础上,将非线性回归方程问题通过换元转化为线性回归方程,形成“作散点图 → 选模 → 换元确定线性方程 → 得到曲线回归方程 → 利用回归方程进行预报”的回归分析思路.独立性检验的基本思想是类比反证法原理:将“在一个已知假设下,如果推出一个矛盾,就证明了这个假设不

成立.”类比为“在一个已知假设下,如果推出一个与该假设矛盾的小概率事件发生,就推断这个假设不成立,且该推断犯错误的概率不超过这个小概率.”揭示了确定性关系与相关关系的联系与区别,打通知识间的联系.这些教学内容的安排顺水推舟,也顺理成章,突出了知识间的内部联系与结构打通,为我们的教学提供研究“套路”的示范.

2 创设数形结合素材

数学是研究数量关系和空间形式的科学,“数”让“形”更精确,“形”让“数”更直观,二者“比翼双飞”,共同促进数学发展.直观想象素养就是指借助几何直观和空间想象感知事物的形态与变化,利用图形理解和解决数学问题的过程.

案例 在学习数列一章中,常会遇到 $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=$? 教材只是给出公式,并没有推导与证明,在学生已有的知识基础上,如何推导这个公式呢?

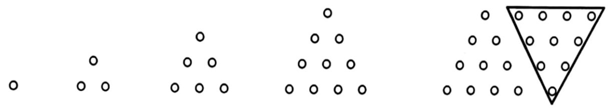

图 2

创设素材 高斯根据“三角形数”(如图 2)解决了 $1+2$ 计算的吗? 同样,毕达哥拉斯从“正方形数”中也得到了一个结论(如图 3),你能写出这个结论吗?

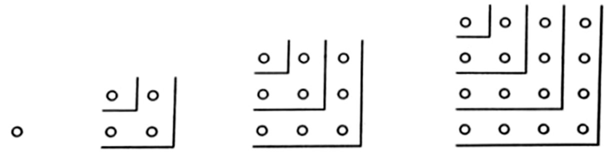

图 3

学生可以写出结论:

$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

师:如果我们把三角形数中的点扩大到一个小圆圈,再在每个小圆圈按规律填上数字:第 1 行填 1,第 2 行都填 2,…,第 n 行都填 n(如图 4(a)),这个三角形所有小圆圈的数字和怎样表示?

生:$1+2\times2+3\times3+\cdots+n\times n=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$.

师:将这个三角形按顺时针方向旋转 120°,得到第二个三角形(如图 4(b));再将这第二个三角形按顺时针方向旋转 120°,得到第三个三角形(如图 4(c)),将这三个三角形对应位置的小圆圈里的数相加,得到第四个三角形(如图 4(d)),则第四个三角形中所有数字之和是多少呢?

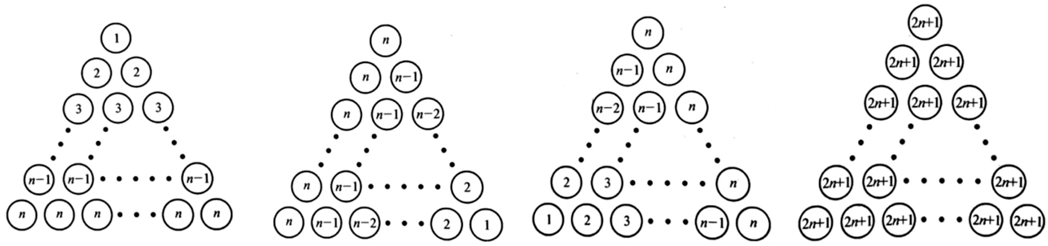

图 4(a) 图 4(b) 图 4(c) 图 4(d)

生:算出第 4 个三角形各小圆圈数字和为 $(1+2+3+\cdots+n)(2n+1)=\frac{1}{2}n(n+1)(2n+1)$,结合上面结论,可得:$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.

素材的创建,使学生正确认识课本“传说古希腊毕达哥拉斯学派的数学家经常在海滩上研究数学问题,他们在沙滩上画点或用小石子来表示数”的含义,揭示科学家们在研究时,不是简单地数一下就完事,而是把小石子摆成某些形状来研究,这在数学史上称为“数形理论”.材料也是对“数形理论”的创新与拓展,彰显数学文化内涵,拓宽学生视野,培养学生创新精神,饶有兴趣中解决了公式的推导,提高学生的数学直观与数学计算能力.

3 创设情境导引素材

《新课标》强调:“数学核心素养是在学生与情境、问题的有效互动中得到提升的”.如何帮助学生学会“用数学的眼睛看,用数学的思维想,用数学语言说”,离不开数学情境的默化和增润.

案例 在讲两角和差的正切函数公式时,结合广州市学生可以创设如下情境素材.

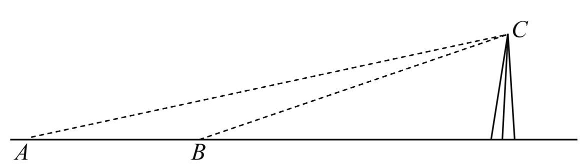

图 5

广州塔身是由两个向上旋转的椭圆形钢外壳变

化生成,两个椭圆扭转在腰部收缩变细,俗称“小蛮腰”,是中国第一高电视塔.周日学校数学兴趣小组到户外测量广州塔高度,如图 5,他们实地测量在 A 处到塔尖 C 处仰角为 $15°$,步行 1200 米到达 B 地,又测得塔尖 C 处仰角为 $30°$,据此,你能测算出电视塔高度吗?

学生独立思考:可先设塔的高度为 h,列等式:$\frac{h}{\tan 15°}-\frac{h}{\tan 30°}=1200$.如能求出 $\tan 15°$ 的值,就能计算出塔的高度了.

教师提出问题:如何求 $\tan 15°$?

从而引发学生寻求已有知识 $\tan 60°$,$\tan 45°$,$\tan 30°$ 及两角和差的正余弦公式,利用三角函数间结构联系推导出 $\tan(\alpha\pm\beta)$ 公式.

公式推导后可提供 2010 年全国高考江苏卷 17 题作为变式训练:某兴趣小组测量电视塔 AE 的高度 H(单位:m),如示意图 6,垂直放置的标杆 BC 的高度 $h=4$m,仰角 $\angle ABE=\alpha$,$\angle ADE=\beta$.

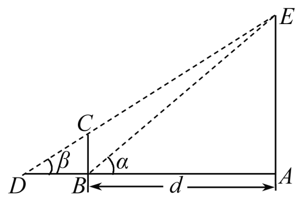

图 6

(1) 该小组已测得一组 α,β 的值,算出了 $\tan\alpha=1.24$,$\tan\beta=1.20$,请据此算出 H 的值.

(2) 该小组分析若干测得的数据后,认为适当调整标杆到电视塔的距离 d(单位:m),使 α 与 β 之差较大,可以提高测量精确度.若电视塔的实际高度为 125m,试问 d 为多少时,$\alpha-\beta$ 最大?

情境材料引导学生发现问题、提出问题,从知识结构联系中分析问题、解决问题,变式材料提升学生数学应用能力(可用基本不等式或方程根的判别式等).教学过程通过“情境化”“去情境化”“再情境化”形成了研究一般性概念、公式的基本“套路”.同时也能让学生通过查找有关“小蛮腰”资料感受两个椭圆是如何扭转在腰部收缩变细的,感悟数学应用价值和数学艺术,学会数学欣赏,让学生喜欢数学.理想的数学情境应该包括“境”与“情”两个不可分割的部分,讲究“以境启知,由知怡情”[2].情境素材的创设需要将学生学习的兴趣、情绪、体验、美感等方面摆放在应有位置.

4 创设实验操作素材

数学最大的特点是“抽象”.数学来源于现实世界,现实世界中的数量关系和图形关系通过抽象进入数学内部并通过推理得以发展.

案例 学习“方程的根与函数的零点”时,由于函数的零点定理叙述的是“存在性”问题,较为抽象,高一学生刚接触,理解困难,可安排如下操作:

学生准备一支笔芯和一条细线,放在桌面上,保持笔芯固定不动,并当成 x 轴,细线当成函数图象,活动细线的两个端点 A,B,观察细线与笔芯的交点的个数.并思考以下问题:

问题 1 如果 A,B 在笔芯的两端,则细线与笔芯所在的直线有几个交点?交点会在何处?

待学生独立思考有结论时,提出下面问题:

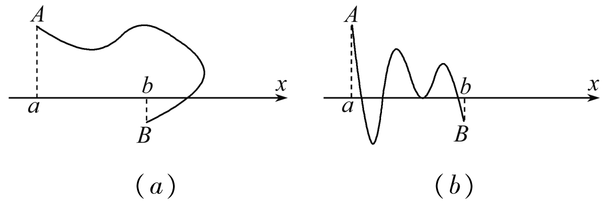

图 7

(1) 如图 7(a),算不算一种情况?(复习函数概念);(2) 如图 7(b),算不算一种情况?

问题 2 如果 A,B 在笔芯的同侧,则细线与笔芯所在的直线有几个交点?

问题 3 什么条件下,细线和笔芯所在直线一定有交点?

问题 4 如果细线断了,还能保证一定有交点吗?

《易经》中说:“形而上者谓之道,形而下者谓之器.”史宁中教授说:“形是一种抽象的存在.”素材的创设从“器”入手,让学生感悟“形”的存在,进而抽象一般规律.数学实验是学生动手动脑以“做”为支架的数学教与学的活动方式,借助数学实验工具,可以改变学生学习的数学知识形态,改善学生的数学学习方式,促进学生数学核心素养的全面发展.

5 创设技术支持素材

现代技术应用于教学能促使数学知识的发生、发展过程与结果的教育得到更好的结合,使数学兴趣、情感与数学的理性思维教育得到有机的融合.《新课标》要求“注重信息技术与数学课程的深度融合,提高教学的实效性.”信息技术能发挥人工操作无法达到的效果.

案例 多种版本的教材在圆锥曲线一章中都有让学生折纸的实验来体会抛物线、椭圆、双曲线定义.(1) 如图 8(a) 将一张长方形纸片 $ABCD$ 的一只角斜折,使 D 点总是落在对边 AB 上,然后展开纸片,就得到一条折痕 L(为了看清楚,可把直线 L 画出来).这样继续下去,得到若干折痕.观察这些折痕围成的轮廓,它们形成了什么曲线?为什么?(2) 将长方形纸片

改为圆形纸片,如图 8(b),在圆内任取不同于圆心的一点 F,将纸片折起,使圆周过点 F,然后将纸片展开,就得到一条折痕 L,这样继续下去,得到若干折痕.观察这些折痕围成的轮廓,它们形成了什么曲线?(3)如果在圆外任取一定点 F,如图 8(c),同样操作观察这些折痕围成的轮廓,它们形成了什么曲线?

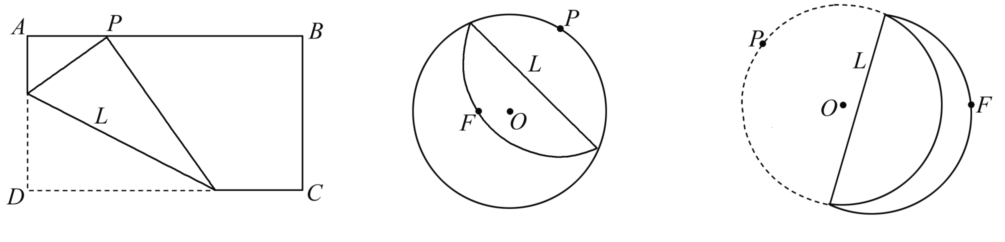

图 8

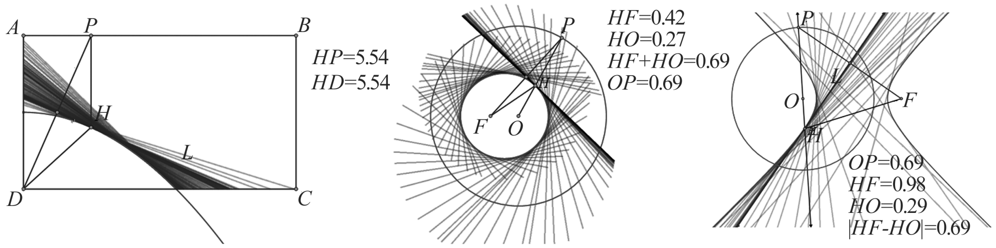

图 9

在实际操作中学生很难画出这些折痕,也就无法“勾勒” 出三条曲线.但如果我们借助通过几何画板,就很容易得到无数条折痕围成轮廓所形成的图形,而且图形形成过程所保留的痕迹也容易让学生发现等量关系,进而形成对定义的理解(如图 9).

现代信息技术是人类头脑的延伸,除了计算、作图、统计、证明,还可以模拟实验,拓展想象,促进理解.信息技术的运用,无疑增大了课堂的容量,使很多探究性教学成为可能,使学生从静态和动态、局部和整体、图形和数值、具体和抽象、理论和应用的各个侧面去研究和探索数学中的各种问题.充分开发信息技术“抽象问题具体化”“隐性问题显性化”“静态问题动态化” 功能,可以让学生真实体验数学的探索过程,真切体验到数变化对形变化的影响以及形变化带来的规律揭示,能较好地培养数学直觉和洞察力,开拓和发展学生的想象力与创造力.

6 创设数学文化素材

化学家傅鹰指出:“一门科学的历史是那门科学最宝贵的一部分,因学科学只能给我们知识,而历史却给我们智慧”.在数学课堂教学中,并存着三种思维活动,即数学家的思维活动、教师的思维活动、学生的思维活动.教学中应将三种思维过程尽量开放,使它们水乳交融、相应成辉,形成一个和谐互补的有机整体,从而有效促进学生的思维发展.

案例 高中数学“基本不等式” 一节,为引出算术平均数与几何平均数及其关系,在原有的学生认知基础上可以创设如下问题素材:中国古代的数学家们不仅很早就发现并应用勾股定理,而且很早就尝试对勾股定理作理论的证明.最早对勾股定理进行证明的,是三国时期吴国的数学家赵爽.赵爽创制了一幅“勾股弦方图”(后称赵爽弦图,如图 10),用形数结合的方法,给出了勾股定理的详细证明.

问题 1 你了解赵爽对勾股定理的“弦图” 证明吗?

问题 2 你能从中找出不等关系吗?

问题 3 当中间小正方形面积逐渐缩小为零时,说明什么?

以我国科学家的伟大发现与创造性证明为材料创设学习素材,激发了学生很大兴趣,在此基础上引导学生变换视角再发现,完成从等量到不等量及从不等量再到等量的自然转换,体现了等与不等的辩证的统一.素材既能唤起学生原有认知结构中的知识和生活体验,又能自觉发现新问题,建立起新旧知识之间的联系,使新知识学习水到渠成.

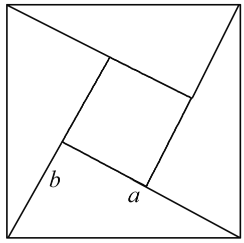

图 10

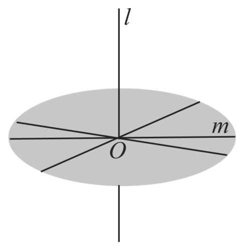

图 11

胡浩老师在“平面”教学中引用数学家傅里叶对平面定义“平面由经过直线上一点且与直线垂直的所有直线构成.”(教师用几何画板动态展示如图 11)成功地利用直线的无限延伸来突破学生对平面无限延展理解上的难点[3],是一个很好的案例.

融历史于教育,使数学史材料不再是冷冰冰的陈列品,数学历史和教育现实不再是两个彼此隔离的世界,数学史对学生和教师的价值不再是苍白无力.数学史回答了“为何”和“如何”的问题,揭示了数学知识产生的动因,呈现了前人概念理解的困难或概念发展过程中的认识障碍,沟通了不同数学主题之间的联系.数学史本身就是一种课程资源.

7　创设学科融通素材

对新概念获得,一般有概念同化和概念形成两种方法.学生学习新概念时,用定义的方式向学生直接揭示,学生利用认知结构中已有的概念与新概念建立起的联系,从而理解和掌握新概念的本质属性,这种获得新概念的方法称为概念的同化[4].新旧概念的联系可以是数学内部概念的联系,也可以是跨学科概念间的联系.

案例　“充要条件”一节概念较多,逻辑关系容易混淆,我们可以借助物理中的电路图来理解.

请同学们看这两张电路图(如图 12)有什么特点?

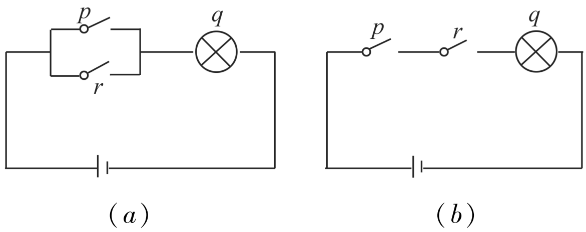

图 12

问题 1　如果把“p 开关闭合”作为条件,“q 灯亮”作为结论,条件 p 对结论 q 有何影响?

图 12(a),p 开关闭合保证了 q 灯亮,也就是条件 p 充分保证了结论 q 成立,称 p 是 q 的充分条件;图 12(b),要使 q 灯亮,p 开关必须闭合,条件 p 是保证结论 q 成立的一个必不可少条件,称 p 是 q 的必要条件.

问题 2　如图 13,A 开关闭合是 B 灯亮的什么条件?试从“充分性”和“必要性”两个方面考虑.

通过学生熟悉的电路图,为学生提供“可视性”情境,以形象直观为手段,强调应用丰富多样的视觉表征手段呈现数学对象的本质属性,为学生从事数学活动、产生数学行为创建易于同化的境脉场域,促进学生对新概念的理解.数学中的向量、数量积概念也可以从物理中的矢量、力的做功同化而来.其他学科的知识、方法和手段可以为数学学习提供资源供给和智力支持,并能丰富和拓展学生的学习资源和

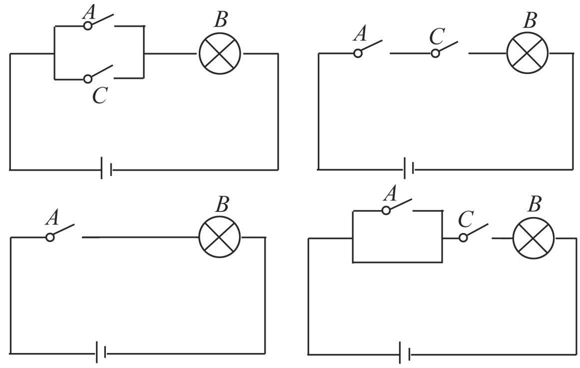

图 13

认知视野.如中学对极限的学习,可以借助我国的诗词加以理解:《庄子》中的一段话“一尺之棰,日取其半,万世不竭”;数学名家徐利治先生在课堂上讲极限的时候,总要引用李白的《送孟浩然之广陵》诗:故人西辞黄鹤楼,烟花三月下扬州.孤帆远影碧空尽,唯见长江天际流.“孤帆远影碧空尽”一句,让大家体会一个变量趋向于 0 的动态意境,煞是传神.在讲函数的性质时,为说明学习函数奇偶性、周期性的意义,我常吟诵战国时期吕不韦《察今》中“有道之士,贵以近知远,以今知古,以益所见,知所不见.故审堂下之阴,而知日月之行、阴阳之变;见瓶水之冰,而知天下之寒、鱼鳖之藏也;尝一脟肉,而知一镬之味、一鼎之调.”

8　创设应用探究素材

《新课标》指出数学建模过程包括:在实际情境中从数学视角发现问题、提出问题,分析问题、建立模型,确定参数、计算求解,检验结果、改进模型,最终解决实际问题.数学模型搭建了数学与外部世界联系的桥梁,是数学应用的重要形式,也是推动数学发展的动力.

案例　等差、等比数列在现实中有着广泛的应用,在学习完数列知识后,我们可以引导学生作研究性学习:贷款问题与我们的生活密切相关,贷款有单利和复利之分,还款也有等额本金还款法和等额本息还款法.请同学调查一下银行存款相关信息并搞清楚两种还款法有何区别?具体操作中如何作出选择?并具体解决:现有某人从银行购房贷款 100 万元,贷款期限 10 年,两种还款法的利息有何差别?并完成调查评估报告.

开展此次研究性学习,学生可以通过访谈银行工作人员了解存款、贷款、还款相关信息,经历较为完整的数学研究、数学建模活动:调查现实情况,搜

集数据信息,提出数学问题,抽象数学理论,探求内在规律,得出数学结论,给出合理解释,完成评估报告,使学生切身感受“做数学”的乐趣.可见,要更好地提高学生的数学建模能力,寻找一个好的数学建模问题是关键.徐青华老师撰文《基于线性回归的行为预测研究》,用线性规划模型分析教学楼学生撤离所需时间,并根据建立的模型选择最佳撤离方案,还引导学生如何书写建模论文[5].生活中处处充满着数据,数学建模正是通过大量数据的汇总处理,把数据转化为模型,并通过严谨的的数学方法定量分析、解决实际问题.数学本质是模式的建构与研究,数学模式包括量化模式与思维模式,量化模式是人类关于客观世界的认识结果,思维模式是人类关于客观世界的认识过程[6].

新课程的实施关注教师和学生的生命体验,呼唤创新研究型素材的启示.好的数学应用素材能启迪思维,形成技能,感受数学思想,体悟理性精神,欣赏数学之美,让学生觉得学数学有意思、有智慧、有价值.让我们一起努力,用智、情、美创建数学应用素材点亮课堂,为学生成长而教!

参考文献

[1] 石志群.合理设计教学过程 发展学生核心素养[J].数学通报,2019,58(01):13-15.

[2] 李三平,郭梦敏.数学情境教学中启“知”策略探讨[J].当代教师教育,2016,9(03):56-59.

[3] 胡浩.“平面”教学设计的理性突围[J].数学通报,2019,58(01):16-18.

[4] 孔企平,张维忠,黄荣金.数学新课程与数学学习[M].北京:高等教育出版社,2004.

[5] 徐青华.基于线性回归的行为预测研究[J].中学数学教学参考,2019(12):34-36.

[6] 徐利治,郑毓信.数学模式论[M].南宁:广西教育出版社,1993.

作者简介 徐进勇(1970—),男,江苏连云港人,正高级教师,高中数学特级教师;主要研究方向:课堂教学研究.

试论数学教学中的“平衡”

南京师范大学数学科学学院 210023 于道洋 宁连华

【摘 要】 “平衡”是中华传统文化的重要观点,也是数学教学所追求的更高境界.数学教学中的平衡主要包含了教学内容、教学提示语、课堂处理方式、教学材料选取等方面,从以上几个角度入手可以对数学教学当中如何实现精妙的“平衡”展开论述,并结合具体课例详细阐释相应的教学设计、教学策略、预期和实际的教学效果.通过教学中各个环节的设计,数学课堂能在动态平衡中引领学生走向更高的层次.

【关键词】 平衡;启发用语;教学材料

1 研究背景

当前,数学教育工作者在优化教学策略、完善教育教学理论、提高教学境界等方面可谓用心良苦.在传统文化复兴和数学文化日渐引起人们重视的时代背景下,具有中国特色和中国气派的教学策略、教学风格热度渐升,逐步进入了研究者的视线.其中,“平衡”这一概念引发了笔者的浓厚研究兴趣,它既是我国优秀传统文化中的要义,又符合我国现代数学教育的理念、目标与追求:培养学生逻辑推理能力与数学直觉并重,数学基本能力与数学兴趣并重,这无疑都体现着一种平衡的意味.因此,笔者将结合个人的教学实践,从以下几个方面试图对数学教学中“平衡”的运用和把握展开论述和探究.

2 数学教学“远与近”的平衡

2.1 教学内容的“远与近”

著名教育家杜威在他的名著《思维与教学》中写到:“在地理科里,儿童绝不喜欢研究乡土的环境,却神往于大海高山.在语文科里,他们很不愿意描写切身的经验,而畅写着深文奥义…… 相熟的和相近的本身并不能引起思维,只有拿它们来了解陌生的和相远的才有用处.”这启发我们,在设计教学内容时,应当注意“远与近”的平衡,也即现实生活中频繁接触到的事物与抽象思辨话题的配置比例.为深入阐发这一分论题,特举例如下.

笔者在为高中学生讲解平面向量时,提到了“建立坐标系”的解题策略.显然,学生对于高中数学题目中的各类技巧并无太多兴趣,因为这距离他们太“近”了.基于这样的现实情况,笔者从“数学哲思”