

## 期末综合小练 (11)

1. 将函数  $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$  的图象向右平移  $\frac{1}{4}$  个周期后, 所得图象对应的函数为( )
- A.  $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{4})$       B.  $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$   
C.  $y = 2\sin(2x - \frac{\pi}{4})$       D.  $y = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3})$
2. 如果  $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ , 那么  $\sin(\pi + \alpha) - \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$  等于( )
- A.  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$       B.  $-\frac{2}{3}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
3. 函数  $y = \frac{1}{2}\tan(5x + \frac{\pi}{4})$  的对称中心为\_\_\_\_\_.
4. 已知向量  $\vec{a} = (\sin x, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, \cos x)$ .  
(I) 求  $|\vec{a} + \vec{b}|$  的取值范围;  
(II) 若  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ , 求  $\sin(2x + \frac{\pi}{3})$  的值.

## (11) 答案和解析

### 1. 【答案】D

解：函数 $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的周期为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ,

由题意函数 $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位,

可得图象对应的函数为 $y = 2\sin[2(x - \frac{\pi}{4}) + \frac{\pi}{6}]$ ,

即 $y = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3})$ .

故选 D.

### 2. 【答案】B

解：根据诱导公式， $\sin(\pi + \alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha - \sin\alpha = -2\sin\alpha = -\frac{2}{3}$ ,

故选 B.

### 3. 【答案】 $(\frac{k\pi}{10} - \frac{\pi}{20}, 0)$ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

#### 【解析】【分析】

本题考查了正切函数的图象与性质的应用问题，属于基础题.

根据正切函数 $y = \tan x$ 的对称中心为 $(\frac{k\pi}{2}, 0)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , 即可求出答案.

#### 【解答】

解：根据正切函数的图象与性质，

$$\text{令 } 5x + \frac{\pi}{4} = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}),$$

$$\text{得 } 5x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4},$$

$$\text{解得 } x = \frac{k\pi}{10} - \frac{\pi}{20}, \quad k \in \mathbb{Z},$$

所以函数 $y = \frac{1}{2}\tan(5x + \frac{\pi}{4})$ 的对称中心是 $(\frac{k\pi}{10} - \frac{\pi}{20}, 0)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

故答案为 $(\frac{k\pi}{10} - \frac{\pi}{20}, 0)$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

### 4. 【答案】解：(I) $\vec{a} + \vec{b} = (\sin x + 1, \cos x + 1)$ ;

$$\therefore |\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\sin x + 1)^2 + (\cos x + 1)^2 = 3 + 2\sin x + 2\cos x = 3 + 2\sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4});$$

$$\therefore |\vec{a} + \vec{b}|^2 \in [3 - 2\sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}];$$

$$\therefore |\vec{a} + \vec{b}| \in [\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} + 1];$$

(II) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sin x + \cos x = 0$  则,  $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x = 0$ ;

$$\therefore \sin 2x = -1;$$

$$\therefore \cos 2x = 0;$$

$$\therefore \sin(2x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x = -\frac{1}{2}.$$