

仪征中学 2020 届数学一轮复习补偿训练(4) 10.15

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

1、若定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x)$ ，当 $x \in [0,1]$ 时， $f(x) = 2^x$ ，则 $f(\log_2 50)$ 的值为_____.

2、在三角形 ABC 中， $AB = BC$ ， $\cos B = -\frac{7}{18}$. 若以 A, B 为焦点的椭圆经过点 C ，则该椭圆的离心率为_____.

3、动直线 $y = k(x - \sqrt{2})$ 与曲线 $y = \sqrt{1-x^2}$ 相交于 A, B 两点， O 为坐标原点，当 $\triangle AOB$ 的面积取得最大值时， k 的值为_____.

4、已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点为 $F_1(-c, 0)$ ， $F_2(c, 0)$ ， P 为该椭圆上一点，且 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = c^2$ ，则此椭圆离心率的取值范围是_____.

5、 $f(x) = x^2 - 2x + 2 - 2^m x$ 在区间 $[2, 6]$ 上不单调，则 m 的取值范围是_____.

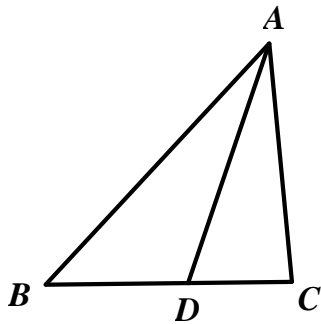
6、已知圆 $M: x^2 + (y-2)^2 = 1$ ， Q 是 x 轴上的动点， QA, QB 分别切圆 M 于点 A, B ，则直线 AB 过定点_____.

7、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $B = \frac{\pi}{4}$ ，角 A 的平分线 AD 交 BC 于点 D ，

设 $\angle BAD = \alpha$ ， $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求 $\sin \angle BAC$ 和 $\sin C$ ；

(2) 若 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 28$ ，求 AC 的长.



8、在平面直角坐标系 xOy 中，过点 $A(-2,-1)$ 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F ,

短轴端点为 B_1, B_2 , $\overrightarrow{FB_1} \cdot \overrightarrow{FB_2} = 2b^2$ 。

(1) 求 a, b 的值；

(2) 过点 A 的直线 l 与椭圆 C 的另一交点为 Q , 与 y 轴的交点为 R . 过原点 O 且平行于 l

的直线与椭圆的一个交点为 P . 若 $AQ \cdot AR = 3 OP^2$, 求直线 l 的方程。

\

1、 $\frac{32}{25}$ 2、 $\frac{3}{8}$ 3、 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 4、 $[\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$

5、 $(1, \log_2 12)$ 6、 $(0, \frac{3}{2})$

7、

(1) $\because \alpha \in (0, \frac{\pi}{2}), \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{1}{\sqrt{5}},$
 $\therefore \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{2}{\sqrt{5}}. \dots\dots\dots 2 \text{分}$
 则 $\sin \angle BAC = \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5} \dots\dots\dots 4 \text{分}$
 $\therefore \cos \angle BAC = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \times \frac{4}{5} - 1 = \frac{3}{5}, \dots\dots\dots 5 \text{分}$
 $\therefore \sin C = \sin[\pi - (\frac{\pi}{4} + 2\alpha)] = \sin(\frac{\pi}{4} + 2\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2\alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\alpha \dots\dots\dots 7 \text{分}$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{7\sqrt{2}}{10}. \dots\dots\dots 8 \text{分}$
 (2) 由正弦定理, 得 $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin \angle BAC},$ 即 $\frac{AB}{\frac{7\sqrt{2}}{10}} = \frac{BC}{\frac{4}{5}},$
 $\therefore AB = \frac{7\sqrt{2}}{8} BC. \dots\dots\dots 10 \text{分}$
 $\because \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 28, \therefore AB \cdot BC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 28.$
 由上两式移得 $BC = 4\sqrt{2}. \dots\dots\dots 12 \text{分}$

又由 $\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin \angle BAC},$ 得 $\frac{AC}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{BC}{\frac{4}{5}},$
 $\therefore AC = 5. \dots\dots\dots 14 \text{分}$

解:(1)因为 $F(-c,0), B_1(0,-b), B_2(0,b)$, 所以 $\overrightarrow{FB_1}=(c,-b), \overrightarrow{FB_2}=(c,b)$.

因为 $\overrightarrow{FB_1} \cdot \overrightarrow{FB_2}=2b^2$,

所以 $c^2-b^2=2b^2$. ① 2分

因为椭圆 C 过 $A(-2,-1)$, 代入得, $\frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$. ②

由①②解得 $a^2=8, b^2=2$.

所以 $a=2\sqrt{2}, b=\sqrt{2}$ 6分

(2)由题意, 设直线 l 的方程为 $y+1=k(x+2)$.

$$\text{由} \begin{cases} y+1=k(x+2), \\ \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1, \end{cases} \text{得} (x+2)[(4k^2+1)(x+2)-(8k+4)]=0.$$

因为 $x+2 \neq 0$, 所以 $x+2 = \frac{8k+4}{4k^2+1}$, 即 $x_Q+2 = \frac{8k+4}{4k^2+1}$ 10分

由题意, 直线 OP 的方程为 $y=kx$.

$$\text{由} \begin{cases} y=kx, \\ \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1, \end{cases} \text{得} (1+4k^2)x^2=8.$$

则 $x_P^2 = \frac{8}{1+4k^2}$ 12分

因为 $AQ \cdot AR = 3OP^2$.

所以 $|x_Q - (-2)| \times |0 - (-2)| = 3x_P^2$.

$$\text{即} \left| \frac{8k+4}{4k^2+1} \right| \times 2 = 3 \times \frac{8}{1+4k^2}.$$

解得 $k=1$, 或 $k=-2$.

当 $k=1$ 时, 直线 l 的方程为 $x-y+1=0$,

当 $k=-2$ 时, 直线 l 的方程为 $2x+y+5=0$ 16分