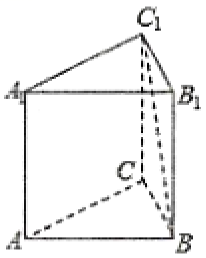
江苏省仪征中学 2020-2021 学年第一学期高二数学
巩固练习（7）

1. P 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 上的一点，F_1，F_2 分别是椭圆的左、右焦点，点 P 到原点 O 的距离为焦距的一半，且 $\left|PF_1\right|-\left|PF_2\right|=a$，则椭圆的离心率为（　　）

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱长为 $\sqrt{2}$，底面三角形的边长为 1，则 BC_1 与侧面 ACC_1A 所成角的大小为（　）



A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°

3. 若双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线与圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 没有公共点，则 C 的离心率的取值范围为（　　）

A. $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$　　B. $\left(2,+\infty\right)$　　C. $\left(1,2\right)$　　D. $\left(1,\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

4. 数列 $\left\{a_n\right\}$ 中，$a_1=2$，且 $a_n+a_{n-1}=\frac{n}{a_n-a_{n-1}}+2(n\geq 2)$，则数列 $\left\{\frac{1}{\left(a_n-1\right)^2}\right\}$ 前 2019 项和为（　）

A. $\frac{4036}{2019}$　　B. $\frac{2019}{1010}$　　C. $\frac{4037}{2019}$　　D. $\frac{4039}{2020}$

5. （多选题）下列各结论中正确的是（　　）

A. “$xy>0$”是“$\frac{x}{y}>0$”的充要条件

B. $\sqrt{x^2+9}+\frac{1}{\sqrt{x^2+9}}$ 的最小值为 2

C. 若 $a<b<0$，则 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

D. 若公比 q 不为 1 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 和 $S=Aq^n+B$，则 $A+B=0$

6. （多选题）已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ $(n\in N^*)$的前 n 项和，且 $S_5>S_6>S_4$，以下有四个命题，其中正确的有（　　）

A. 数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d<0$

B. 数列 $\{a_n\}$ 中 S_n 的最大项为 S_{10}

C. $S_{10}>0$

D. $S_{11}>0$

7. 已知 F_1，F_2 分别是椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的左、右焦点，P 是椭圆 E 上的点，且 $PF_2\perp x$ 轴，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=\frac{1}{16}a^2$，直线 l 经过 F_1，与椭圆 E 交于 A、B 两点，F_2 与 A、B 两点构成 ΔABF_2.

（1）求椭圆 E 的离心率；

（2）设 ΔF_1PF_2 的周长为 $2+\sqrt{3}$，求 ΔABF_2 的面积的最大值.

巩固练习（7）答案

1. B　　2. A　　3. A　　4. B　　5. ACD　　6. AC

7. 解：（1）设点 P 在第一象限，则 $P\left(c,\dfrac{b^2}{a}\right)$

$\overrightarrow{PF_1}=\left(-2c,-\dfrac{b^2}{a}\right)$，$\overrightarrow{PF_2}=\left(0,-\dfrac{b^2}{a}\right)$　　（2 分）

$\therefore \overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=\dfrac{b^4}{a^2}=\dfrac{1}{16}a^2$，$\therefore a^2=4b^2=4\left(a^2-c^2\right)$，　（3 分）

$\therefore 3a^2=4c^2 \quad \therefore e=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.　　（4 分）

（2）$\because \begin{cases}2c=\sqrt{3}a\\2a+2c=2+\sqrt{3}\end{cases}$ $\therefore \begin{cases}a=1\\c=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$，$\therefore b^2=\dfrac{1}{4}$

$\therefore$椭圆方程为：$x^2+4y^2=1$　　（5 分）

由题知直线斜率不为 0，设直线方程为 $x=ty-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　（6 分）

$\begin{cases}x=ty-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\x^2+4y^2=1\end{cases}$，得 $4\left(t^2+4\right)y^2-4\sqrt{3}ty-1=0$　　（7 分）

$\therefore y_1+y_2=\dfrac{\sqrt{3}t}{t^2+4}$，　$y_1y_2=-\dfrac{1}{4\left(t^2+4\right)}$　　（8 分）

$$S_{\Delta ABF_2}=c\left|y_1-y_2\right|=\sqrt{3}\sqrt{\frac{t^2+1}{\left(t^2+4\right)^2}}=\sqrt{3}\sqrt{\frac{1}{\left(t^2+1\right)+\dfrac{9}{t^2+1}+6}}\le\sqrt{3}\sqrt{\frac{1}{12}}=\frac{1}{2}$$

“=”成立时 $t^2=2$，$\therefore$面积的最大值为 $\dfrac{1}{2}$　　（12 分）