

椭圆的定义及标准方程

学习目标：建立并掌握椭圆的标准方程，运用方程（组）或不等式求椭圆的基本量。

① 掌握椭圆的定义、几何图形、标准方程.② 掌握椭圆的一些基本量.

一. 课前热身

1. 已知椭圆的中心在坐标原点，焦点在 x 轴上，且长轴长为 12，离心率为 $\frac{1}{2}$ ，则该椭圆的方程为_____.

2. 已知椭圆 C 的经过两点 $A(0, 2)$ 和 $B(\frac{1}{2}, \sqrt{3})$ ，在椭圆 C 的标准方程为_____

3. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的两个焦点，过 F_1 的直线交椭圆于 A, B 两点.若 $F_2A + F_2B = 12$ ，则 $AB =$ _____.

4. 化简 $\sqrt{x^2 + (y-1)^2} + \sqrt{x^2 + (y+1)^2} = 4$ 的结果为_____

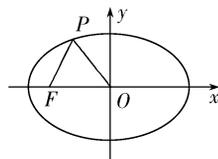
二. 课堂活动

例题 1. 求满足下列各条件的椭圆的标准方程：

(1) 长轴长是短轴长的 3 倍且经过点 $A(3, 0)$;

(2) 已知椭圆 C 的一个焦点为 $(2, 0)$ ，且经过点 $P(-2, \sqrt{2})$

例题 2: (1)如图，已知椭圆 C 的中心为原点 O ， $F(-2\sqrt{5}, 0)$ 为 C 的左焦点， P 为 C 上一点，满足 $OP=OF$ 且 $PF=4$ ，则椭圆 C 的方程为_____.



(2) 椭圆 C 的焦点分别为 $F_1(-2,0), F_2(2,0)$, 且椭圆 C 与直线 $l: y = -x + 4$ 有公共点, 则椭圆 C 长轴长的最小值为_____.

例题 3

(1) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a = 2, b + c = 6$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是_____.

(2) 过点 $A(2, 0)$ 且与圆 $x^2 + 4x + y^2 - 32 = 0$ 内切的圆的圆心 M 到定点 $P(1, 0)$ 距离的最小值为_____.

三. 练习

1. 若方程 $x^2 + ky^2 = 2$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆, 则实数 k 的取值范围是_____.

2. 已知椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{m} = 1$ ($0 < m < 9$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线交椭圆于 A, B 两点. 若 $AF_2 + BF_2$ 的最大值为 10, 则 m 的值为_____.

3. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的一个焦点是 $F(1, 0)$, 若椭圆短轴的两个三等分点 M, N 与 F 构成正三角形, 则此椭圆的方程为_____.

4. 从椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上一点 P 向 x 轴作垂线, 垂足恰为左焦点 F_1 , A 是椭圆与 x 轴正半轴的交点, B 是椭圆与 y 轴正半轴的交点, 且 $AB \parallel OP$ (O 是坐标原点), 则该椭圆的离心率是_____.