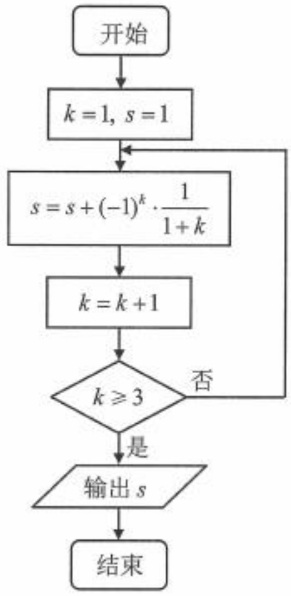
仪征中学 2020 届高三（上）数学中档题训练 11　2019. 12.19

班级________________　学号_________　姓名________________　成绩____________.

1．设全集 $U=\mathbf{R}$，若集合 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 3\}$，则 $A\cap C_U B$_______.

2．已知复数 z 满足 $z+\dfrac{3}{z}=0$，则 $|z|=$_______.

3．执行如图所示的程序框图，输出的 s 值为_______.



4．我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果. 哥德巴赫猜想是“每个大于 2 的偶数可以表示为两个素数的和”，如 $30=7+23$．在不超过 30 的素数中，随机选取两个不同的数，其和等于 30 的概率是_______.

5．双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，则其渐近线方程为________.

6．在 $\triangle ABC$ 中，$a=4$，$b=5$，$c=6$，则 $\dfrac{\sin 2A}{\sin C}=$_______.

7．方程 $\log_2\left(9^{x-1}-5\right)=\log_2\left(3^{x-1}-2\right)+2$ 的解为_______.

8．若圆锥的侧面积与过轴的截面积面积之比为 2π，则其母线与轴的夹角的大小为____.

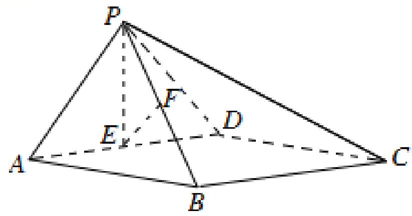
9．在锐角 ΔABC 中，$\tan A=\dfrac{1}{2}$，D 为 BC 边上的一点，$\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 面积分别为 2 和 4，过 D 作 $DE\perp AB$ 于 E，$DF\perp AC$ 于 F，则 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}=$_______.

10．　已知圆 O：$x^2+y^2=1$，定点 $A(3,0)$，过点 A 的直线 l 与圆 O 相较于 B，C 两点，两点 B，C 均在 x 轴上方，若 OC 平分 $\angle AOB$，则直线 l 的斜率为________.

11. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为平行四边形，平面$PAD\perp$平面$ABCD$，$PA=PD$，E，F分别为AD，PB的中点.

（1）求证：$PE\perp BC$；

（2）求证：$EF\parallel$平面PCD.



12.已知椭圆$M:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，焦距为$2\sqrt{2}$.斜率为$k$的直线$l$与椭圆$M$有两个不同的交点$A$，$B$.

（1）求椭圆M的方程；

（2）若$k=1$，求AB的最大值；

（3）设$P(-2,0)$，直线PA与椭圆M的另一个交点为C，直线PB与椭圆M的另一个交点为D.若C，D和点$Q(-\dfrac{7}{4},\dfrac{1}{4})$共线，求$k$.

中档题11答案

1．$.\{1,4\}$　　2．$\sqrt{3}$　　3．$\frac{5}{6}$　　4．$\frac{1}{15}$　　5．$y=\pm\sqrt{2}x$　　6．1

7．2　　8．$\frac{\pi}{3}$　　9．$-\frac{16}{15}$　　10．$-\frac{\sqrt{5}}{7}$

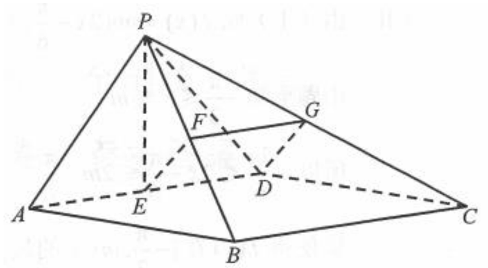
11. 【解析】(1) $\because PA=PD$，且E为AD的中点，$\therefore PE\perp AD$.

$\because$平面$PAD\perp$平面$ABCD$，平面$PAD\cap$平面$ABCD=AD$，

$\therefore PE\perp$平面$ABCD$.

$\because BC\subset$面$ABCD$，$\therefore PE\perp BC$.

(2) 如图，取PC中点G，连接FG,GD.



$\because F,G$分别为PB和PC的中点，$\therefore FG/\!/BC$，且$FG=\frac{1}{2}BC$.

$\because$四边形$ABCD$为平行四边形，且E为AD的中点，

$\therefore ED/\!/BC, DE=\frac{1}{2}BC$，

$\therefore ED/\!/FG$，且$ED=FG$，$\therefore$四边形$EFGD$为平行四边形，

$\therefore EF/\!/GD$.

又$EF\not\subset$平面PCD，$GD\subset$平面PCD，

$\therefore EF/\!/$平面PCD.

【解析】(1) 由题意得$2c=2\sqrt{2}$，所以$c=\sqrt{2}$，

又$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，所以$a=\sqrt{3}$，所以$b^2=a^2-c^2=1$，

所以椭圆M的标准方程为$\frac{x^2}{3}+y^2=1$.

(2) 设直线AB的方程为$y=x+m$，

由$\begin{cases} y=x+m \\ \dfrac{x^2}{3}+y^2=1 \end{cases}$消去$y$可得$4x^2+6mx+3m^2-3=0$，

则$\Delta=36m^2-4\times4(3m^2-3)=48-12m^2>0$，即$m^2<4$，

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=-\dfrac{3m}{2}$，$x_1x_2=\dfrac{3m^2-3}{4}$，

则$|AB|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\dfrac{\sqrt{6}\times\sqrt{4-m^2}}{2}$，

易得当$m^2=0$时，$|AB|_{\max}=\sqrt{6}$，故$|AB|$的最大值为$\sqrt{6}$.

（3）设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$，$D(x_4,y_4)$，

则$x_1^2+3y_1^2=3$　①，$x_2^2+3y_2^2=3$　②，

又$P(-2,0)$，所以可设$k_1=k_{PA}=\dfrac{y_1}{x_1+2}$，直线$PA$的方程为$y=k_1(x+2)$，

由$\begin{cases} y=k_1(x+2) \\ \dfrac{x^2}{3}+y^2=1 \end{cases}$消去$y$可得$(1+3k_1^2)x^2+12k_1^2x+12k_1^2-3=0$，

则$x_1+x_3=-\dfrac{12k_1^2}{1+3k_1^2}$，即$x_3=-\dfrac{12k_1^2}{1+3k_1^2}-x_1$，

又$k_1=\dfrac{y_1}{x_1+2}$，代入①式可得$x_3=\dfrac{-7x_1-12}{4x_1+7}$，所以$y_3=\dfrac{y_1}{4x_1+7}$，

所以$C(\dfrac{-7x_1-12}{4x_1+7},\dfrac{y_1}{4x_1+7})$，同理可得$D(\dfrac{-7x_2-12}{4x_2+7},\dfrac{y_2}{4x_2+7})$.

故$\overrightarrow{QC}=(x_3+\dfrac{7}{4},y_3-\dfrac{1}{4})$，$\overrightarrow{QD}=(x_4+\dfrac{7}{4},y_4-\dfrac{1}{4})$，

因为Q,C,D三点共线，所以$(x_3+\dfrac{7}{4})(y_4-\dfrac{1}{4})-(x_4+\dfrac{7}{4})(y_3-\dfrac{1}{4})=0$，

将点C,D的坐标代入化简可得$\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=1$，即$k=1$.