第 2 课时　排列的应用

【学习目标】 1.进一步加深对排列概念的理解.2.掌握几种有限制条件的排列，能应用排列数公式解决简单的实际问题.

知识梳理　　梳理教材　夯实基础

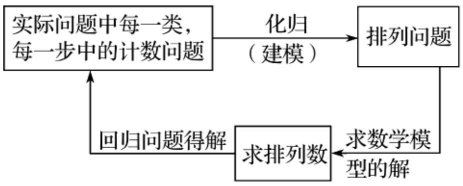
知识点　排列及其应用

1.排列数公式

$A_n^m=\underline{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}(n，m\in \mathbf{N}^*，m\leqslant n)=\dfrac{n!}{(n-m)!}$.

$A_n^n=\underline{n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1}=\underline{n!}$(叫做 n 的阶乘).另外，我们规定 $0!=\underline{1}$.

2.应用排列与排列数公式求解实际问题中的计数问题的基本步骤



题型探究　　探究重点　素养提升

一、无限制条件的排列问题

例 1　(1)有 7 本不同的书，从中选 3 本送给 3 名同学，每人各 1 本，共有多少种不同的送法？

(2)有 7 种不同的书，要买 3 本送给 3 名同学，每人各 1 本，共有多少种不同的送法？

考点　排列的应用

题点　无限制条件的排列问题

解　(1)从 7 本不同的书中选 3 本送给 3 名同学，相当于从 7 个元素中任取 3 个元素的一个排列，所以共有 $A_7^3=7\times6\times5=210$(种)不同的送法.

(2)从 7 种不同的书中买 3 本书，这 3 本书并不要求都不相同，根据分步计数原理，共有 $7\times7\times7=343$(种)不同的送法.

反思感悟　典型的排列问题，用排列数计算其排列方法数；若不是排列问题，需用计数原理求其方法种数.排列的概念很清楚，要从“n 个不同的元素中取出 m 个元素”.即在排列问题中元素不能重复选取，而在用分步计数原理解决的问题中，元素可以重复选取.

跟踪训练 1　(1)有 5 个不同的科研小课题，从中选 3 个由高二(6)班的 3 个学习兴趣小组进行研究，每组一个课题，共有多少种不同的安排方法？

(2)有 5 个不同的科研小课题，高二(6)班的 3 个学习兴趣小组报名参加，每组限报一个课题，

共有多少种不同的报名方法？

考点 排列的应用

题点 无限制条件的排列问题

解 (1)从 5 个不同的课题中选出 3 个，由兴趣小组进行研究，对应于从 5 个不同元素中取出 3 个元素的一个排列，因此不同的安排方法有 $A_5^3=5\times4\times3=60$(种).

(2)由题意知 3 个兴趣小组可能报同一科研课题，因此元素可以重复，不是排列问题.

由于每个兴趣小组都有 5 种不同的选择，且 3 个小组都选择完才算完成这件事，所以由分步计数原理得共有 $5\times5\times5=125$(种)报名方法.

二、排队问题

多维探究

命题角度 1 元素“相邻”与“不相邻”问题

例 2 有 3 名男生，4 名女生，共 7 个人站成一排，在下列情况下，各有多少种不同的站法.

(1)男、女各站在一起；

(2)男生必须排在一起；

(3)男生不能排在一起；

(4)男生互不相邻，且女生也互不相邻.

考点 排列的应用

题点 元素“相邻”与“不相邻”问题

解 (1)(相邻问题捆绑法)男生必须站在一起，即把 3 名男生进行全排列，有 A_3^3种排法，

女生必须站在一起，即把 4 名女生进行全排列，有 A_4^4种排法，

全体男生、女生各看作一个元素全排列有 A_2^2种排法，

由分步计数原理知共有 $A_3^3 \cdot A_4^4 \cdot A_2^2=288$(种)排法.

(2)(捆绑法)把所有男生看作一个元素，与 4 名女生组成 5 个元素全排列，

故有 $A_3^3 \cdot A_5^5=720$(种)不同的排法.

(3)(不相邻问题插空法)先排女生有 A_4^4种排法，把 3 名男生安排在 4 名女生隔成的 5 个空中，有 A_5^3种排法，故有 $A_4^4 \cdot A_5^3=1\,440$(种)不同的排法.

(4)先排男生有 A_3^3种排法.让女生插空，有 $A_3^3A_4^4=144$(种)不同的排法.

反思感悟 处理元素“相邻”“不相邻”问题应遵循“先整体，后局部”的原则.元素相邻问题，一般用“捆绑法”，先把相邻的若干个元素“捆绑”为一个大元素与其余元素全排列，然后再松绑，将这若干个元素内部全排列.元素不相邻问题，一般用“插空法”，先将不相邻元素以外的“普通”元素全排列，然后在“普通”元素之间及两端插入不相邻元素.

跟踪训练 2 排一张有 5 个歌唱节目和 4 个舞蹈节目的演出节目单.

(1)任何两个舞蹈节目不相邻的排法有多少种？

(2)歌唱节目与舞蹈节目间隔排列的方法有多少种？

考点　排列的应用

题点　元素“相邻”与“不相邻”问题

解　(1)先排歌唱节目有 A_5^5种，歌唱节目之间以及两端共有 6 个空位，从中选 4 个放入舞蹈节目，共有 A_6^4种方法，所以任何两个舞蹈节目不相邻的排法有 $A_5^5 \cdot A_6^4=43\ 200$(种)方法.

(2)先排舞蹈节目有 A_4^4种方法，在舞蹈节目之间以及两端共有 5 个空位，恰好供 5 个歌唱节目放入.所以歌唱节目与舞蹈节目间隔排列的排法有 $A_4^4 \cdot A_5^5=2\ 880$(种)方法.

命题角度 2　元素“在”与“不在”问题

例 3　六人按下列要求站一横排，分别有多少种不同的站法？

(1)甲只能在中间或两端；

(2)甲、乙必须在两端；

(3)甲不在最左端，乙不在最右端.

考点　排列的应用

题点　元素“在”与“不在”问题

解　(1)先考虑甲有 A_4^1种方案，再考虑其余 5 人全排列，故 $N=A_4^1 \cdot A_5^5=480$(种).

(2)先安排甲、乙有 A_2^2种方案，再安排其余 4 人全排列，故 $N=A_2^2 \cdot A_4^4=48$(种).

(3)**方法一**　甲在最左端的站法有 A_5^5种，乙在最右端的站法有 A_5^5种，且甲在最左端而乙在最右端的站法有 A_4^4种，共有 $A_6^6-2A_5^5+A_4^4=504$(种)站法.

方法二　以元素甲分类可分为两类：①甲站最右端有 A_5^5种，②甲站在中间 4 个位置之一，而乙不在最右端有 $A_4^1 \cdot A_4^1 \cdot A_4^4$种，故共有 $A_5^5+A_4^1 \cdot A_4^1 \cdot A_4^4=504$(种)站法.

反思感悟　“在”与“不在”排列问题解题原则及方法

(1)原则：解“在”与“不在”的有限制条件的排列问题时，可以从元素入手也可以从位置入手，原则是谁特殊谁优先.

(2)方法：从元素入手时，先给特殊元素安排位置，再把其他元素安排在其他位置上，从位置入手时，先安排特殊位置，再安排其他位置.

提醒：解题时，或从元素考虑，或从位置考虑，都要贯彻到底.不能一会考虑元素，一会考虑位置，造成分类、分步混乱，导致解题错误.

跟踪训练 3　从 6 名运动员中选出 4 人参加 4×100 m 接力赛，求满足下列条件的参赛方法数：

(1)甲不能跑第一棒和第四棒；

(2)甲不能跑第一棒，乙不能跑第四棒.

解　(1)**方法一**　(元素分析法)：

从人(元素)的角度考虑，优先考虑甲，分以下两类：

第一类，甲不参赛，有 A_5^4种参赛方法.

第二类，甲参赛，可优先将甲安排在第二棒或第三棒，有 A_2^1种方法，然后安排其他三棒，有

A_5^3种方法，此时有 $A_2^1A_5^3$种参赛方法.

综上，甲不跑第一棒和第四棒的参赛方法有 $A_5^4+A_2^1A_5^3=240$(种).

方法二　(位置分析法)：

从位置的角度考虑，优先考虑第一棒和第四棒，这两棒可以从除甲以外的 5 人中选 2 人，有 A_5^2种方法；其余两棒从剩余 4 人中选，有 A_4^2种方法.

所以甲不跑第一棒和第四棒的参赛方法有 $A_5^2A_4^2=240$(种).

方法三　(间接法)：

不考虑对甲的约束，6 个人占 4 个位置，有 A_6^4种安排方法，甲跑第一棒或第四棒的参赛方法有 $2A_5^3$种，所以甲不跑第一棒和第四棒的参赛方法有 $A_6^4-2A_5^3=240$(种).

(2)**方法一**　(元素分析法)：

从人(元素)的角度考虑，优先考虑乙，可分为如下两类：

第一类，乙参加比赛，此时优先考虑乙，分为两种情况：

(ⅰ)乙跑第一棒，有 $A_5^3=60$(种)方法；

(ⅱ)乙不跑第一棒，有 A_2^1种方法(跑第二棒或第三棒).

此时按甲是否参赛，又分为两类：

①甲参赛，有 $A_2^1A_4^2$种方法；

②甲不参赛，有 A_4^3种方法.

故此时(乙不跑第一棒)共有 $A_2^1(A_2^1A_4^2+A_4^3)=96$(种)方法.

由分类计数原理，得乙参加比赛共有 $60+96=156$(种)方法.

第二类，乙不参赛，①若甲参赛，先考虑甲，有 A_3^1种方法，此时共有 $A_3^1A_4^3$种方法；②若甲不参赛，则有 A_4^4种方法.

从而乙不参赛时共有 $A_3^1A_4^3+A_4^4=96$(种)方法.

综上，共有 $156+96=252$(种)参赛方法.

方法二　(位置分析法)：

从位置的角度考虑，第一棒与第四棒为特殊位置，优先考虑第一棒，分为如下两类：

第一类，第一棒为乙，则第四棒无限定条件，共有 A_5^3种安排方法.

第二类，第一棒不为乙，则第一棒有 A_4^1种安排方法，第四棒(不能为乙和已跑第一棒的人)有 A_4^1种安排方法，其余两棒共有 A_4^2种安排方法，从而第一棒不为乙共有 $A_4^1A_4^1A_4^2$种安排方法.

由分类计数原理，得共有 $A_5^3+A_4^1A_4^1A_4^2=252$(种)参赛方法.

方法三　(间接法)：

不考虑限定条件，有 A_6^4种参赛方法，其中不符合要求的分为三类：

①甲跑第一棒，乙跑第四棒，有 $A_1^1A_1^1A_4^2$种参赛方法.

②甲跑第一棒，乙不跑第四棒，有 $A_1^1A_4^1A_4^2$种参赛方法.

③甲不跑第一棒，乙跑第四棒，有 $A_1^1A_4^1A_4^2$种参赛方法.

综上，甲不跑第一棒，乙不跑第四棒的参赛方法有 $A_6^4-A_1^1A_1^1A_4^2-2A_1^1A_4^1A_4^2=252$(种).

命题角度 3　排列中的定序问题

例 4　某电视节目的主持人邀请年龄互不相同的 5 位嘉宾逐个出场亮相.

(1)其中有 3 位老者要按年龄从大到小的顺序出场，出场顺序有多少种？

(2)3 位老者与 2 位年轻人都要分别按从大到小的顺序出场，顺序有多少种？

解　(1)5 位嘉宾无约束条件的全排列有 A_5^5种，由于 3 位老者的排列顺序已定，因此满足 3 位老者按年龄从大到小的顺序出场，出场顺序有$\frac{A_5^5}{A_3^3}=20$(种).

(2)设符合条件的排法共有 x 种，用(1)的方法可得 $x\cdot A_3^3\cdot A_2^2=A_5^5$，解得 $x=\frac{A_5^5}{A_3^3\cdot A_2^2}=10$(种).

反思感悟　在有些排列问题中，某些元素有前后顺序是确定的(不一定相邻)，解决这类问题的基本方法有两种:

(1)整体法，即若有 $m+n$ 个元素排成一列，其中 m 个元素之间的先后顺序确定不变，先将这 $m+n$ 个元素排成一列，有 A_{m+n}^{m+n}种不同的排法；然后任取一个排列，固定其他 n 个元素的位置不动，把这 m 个元素交换顺序，有 A_m^m种排法，其中只有一个排列是我们需要的，因此共有$\frac{A_{m+n}^{m+n}}{A_m^m}$种满足条件的不同排法.

(2)插空法，即 m 个元素之间的先后顺序确定不变，因此先排这 m 个元素，只有一种排法，然后把剩下的 n 个元素分类或分步插入由以上 m 个元素形成的空隙中.

跟踪训练 4　用 1,2,3,4,5,6,7 组成没有重复数字的七位数，若 1,3,5,7 的顺序一定，则有________个七位数符合条件.

考点　排列的应用

题点　排列中的定序问题

答案　210

解析　若 1,3,5,7 的顺序不定，有 $A_4^4=24$(种)排法，故 1,3,5,7 的顺序一定的排法数只占总排法数的$\frac{1}{24}$.

故有$\frac{1}{24}A_7^7=210$(个)七位数符合条件.

核心素养之数学运算

数字排列问题

典例　用 0,1,2,3,4,5 这六个数字可以组成多少个符合下列条件的无重复的数字？

(1)六位奇数；

(2)个位数字不是 5 的六位数；

(3)奇数数字互不相邻的六位数；

(4)不大于 4 310 的四位偶数.

考点 排列的应用

题点 数字的排列问题

解 (1)第一步，排个位，有 A_3^1种排法；

第二步，排十万位，有 A_4^1种排法；

第三步，排其他位，有 A_4^4种排法.

故共有 $A_3^1A_4^1A_4^4=288$(个)六位奇数.

(2)**方法一** (直接法)：

十万位数字的排法因个位上排 0 与不排 0 而有所不同，

因此需分两类.

第一类，当个位排 0 时，有 A_5^5个；

第二类，当个位不排 0 时，有 $A_4^1A_4^1A_4^4$个.

故符合题意的六位数共有 $A_5^5+A_4^1A_4^1A_4^4=504$(个).

方法二 (排除法)：

0 在十万位和 5 在个位的排列都不对应符合题意的六位数，这两类排列中都含有 0 在十万位且 5 在个位的情况.

故符合题意的六位数共有 $A_6^6-2A_5^5+A_4^4=504$(个).

(3)先排 0,2,4，再让 1,3,5 插空，总的排法共 $A_3^3A_4^3=144$(种).

其中 0 在排头，将 1,3,5 插在后 3 个空的排法共 $A_2^2\cdot A_3^3=12$(种)，

此时构不成六位数，故总的六位数的个数为 $A_3^3A_4^3-A_2^2A_3^3=144-12=132$.

(4)分三种情况，具体如下：

①当千位上排 1,3 时，有 $A_2^1A_3^1A_4^2$个.

②当千位上排 2 时，有 $A_2^1A_4^2$个.

③当千位上排 4 时，形如 4 0□2,4 2□0 的各有 A_3^1个；

形如 4 1□□的有 $A_2^1A_3^1$个；

形如 4 3□□的只有 4 310 和 4 302 这两个数.

故共有 $A_2^1A_3^1A_4^2+A_2^1A_4^2+2A_3^1+A_2^1A_3^1+2=110$(个).

[素养评析] (1)解决数字问题时，应注意题干中的限制条件，恰当地进行分类和分步，尤其注意特殊元素“0”的处理.

(2)准确地把握运算对象，恰当地选择运算方法，设计运算的程序能有力地促进学生运算能力的提升，从而内化为数学运算素养.

随堂演练 基础巩固 学以致用

1.6 位学生排成两排，每排 3 人，则不同的排法种数为(　　)

A.36　B.120　C.240　D.720

考点 排列的应用

题点 无限制条件的排列问题

答案 D

解析 不同的排法有 $A_6^6=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$(种).

2.6 位选手依次演讲，其中选手甲不排在第一个也不排在最后一个演讲，则不同的演讲次序共有(　　)

A.240 种　B.360 种　C.480 种　D.720 种

考点 排列的应用

题点 元素“在”与“不在”问题

答案 C

解析 第一步：排甲，共有 A_4^1种不同的排法；第二步：排其他人，共有 A_5^5种不同的排法，因此不同的演讲次序共有 $A_4^1A_5^5=480$(种).

3.用数字 0,1,2,3,4,5 组成没有重复数字的五位数，其中比 40 000 大的偶数共有(　　)

A.144 个　B.120 个　C.96 个　D.72 个

考点 排列的应用

题点 数字的排列问题

答案 B

解析 当五位数的万位为 4 时，个位可以是 0,2，此时满足条件的偶数共有 $2A_4^3=48$(个)；当五位数的万位为 5 时，个位可以是 0,2,4，此时满足条件的偶数共有 $3A_4^3=72$(个)，所以比 40 000 大的偶数共有 $48+72=120$(个).

4.5 位母亲带领 5 名儿童站成一排照相，则儿童不相邻的站法有________种.

考点 排列的应用

题点 元素“相邻”与“不相邻”问题

答案 86 400

解析 第 1 步，先排 5 位母亲的位置，有 A_5^5种排法；

第 2 步，把 5 名儿童插入 5 位母亲所形成的 6 个空位中，

由分步计数原理可知，符合条件的站法共有 $A_5^5\cdot A_6^5=86\,400$(种).

5.两家夫妇各带一个小孩一起去公园游玩，购票后排队依次入园.为安全起见，首尾一定要排两位爸爸，另外，两个小孩一定要排在一起，则这 6 人的入园顺序排法种数为________.

考点 排列的应用

题点 元素“相邻”与“不相邻”问题

答案 24

解析 分 3 步进行分析，

①先安排两位爸爸，必须一首一尾，有 $A_2^2=2$(种)排法，

②两个小孩一定要排在一起，将其看成一个元素，考虑其顺序有 $A_2^2=2$(种)排法，

③将两个小孩看作一个元素与两位妈妈进行全排列，有 $A_3^3=6$(种)排法.则共有 $2\times2\times6=24$(种)排法.

课堂小结

求解排列问题的主要方法

直接法	把符合条件的排列数直接列式计算
优先法	优先安排特殊元素或特殊位置
捆绑法	把相邻元素看作一个整体与其他元素一起排列，同时注意捆绑元素的内部排列
插空法	对不相邻问题，先考虑不受限制的元素的排列，再将不相邻的元素插在前面元素排列的空档中
定序问题除法处理	对于定序问题，可先不考虑顺序限制，排列后，再除以定序元素的全排列
间接法	正难则反，等价转化的方法

课时对点练

注重双基　强化落实

一、选择题

1.将 3 张不同的电影票全部分给 10 个人，每人至多一张，则不同的分法种数是(　　)

A.1 260　B.120　C.240　D.720

考点　排列的应用

题点　排列的简单应用

答案　D

解析　相当于 3 个元素排 10 个位置，有 $A_{10}^3=720$(种)不同的分法.

2.要从 a，b，c，d，e 5 个人中选出 1 名组长和 1 名副组长，但 a 不能当副组长，则不同的选法种数是(　　)

A.20　B.16　C.10　D.6

考点　排列的应用

题点　排列的简单应用

答案　B

解析　不考虑限制条件有 A_5^2种选法，若 a 当副组长，有 A_4^1种选法，故 a 不当副组长，有 $A_5^2-A_4^1=16$(种)选法.

3.一排 9 个座位坐了 3 个三口之家，若每家人坐在一起，则不同的坐法种数为(　　)

A.$3\times3!$　　B.$3\times(3!)^3$

C.$(3!)^4$　　D.$9!$

考点　排列的应用

题点　元素“相邻”与“不相邻”问题

答案　C

解析　利用“捆绑法”求解，满足题意的坐法种数为 $A_3^3\cdot(A_3^3)^3=(3!)^4$.故选 C.

4.某电视台一节目收视率很高，现要连续插播 4 个广告，其中 2 个不同的商业广告和 2 个不同的公益宣传广告，要求最后播放的必须是商业广告，且 2 个商业广告不能连续播放，则不同的播放方式有(　　)

A.8 种　B.16 种　C.18 种　D.24 种

考点　排列的应用

题点　元素“相邻”与“不相邻”问题

答案　A

解析　可分三步：第一步，排最后一个商业广告，有 A_2^1种；第二步，在前两个位置选一个排第二个商业广告，有 A_2^1种；第三步，余下的两个位置排公益宣传广告，有 A_2^2种.根据分步计数原理，不同的播放方式共有 $A_2^1\cdot A_2^1\cdot A_2^2=8$(种)，故选 A.

5.由 1,2,3,4,5 组成没有重复数字的四位数，按从小到大的顺序排成一个数列$\{a_n\}$，则 a_{72} 等于(　　)

A.1 543　B.2 543　C.3 542　D.4 532

考点　排列的应用

题点　数字的排列问题

答案　C

解析　首位是 1 的四位数有 $A_4^3=24$(个)，

首位是 2 的四位数有 $A_4^3=24$(个)，

首位是 3 的四位数有 $A_4^3=24$(个)，

由分类计数原理得，

首位小于 4 的所有四位数共 $3\times24=72$(个).

由此得 $a_{72}=3\ 542$.

6.在制作飞机的某一零件时，要先后实施 6 个工序，其中工序 A 只能出现在第一步或最后一步，工序 B 和 C 在实施时必须相邻，则实施顺序的编排方法共有(　　)

A.34 种　B.48 种　C.96 种　D.144 种

考点　排列的应用

题点　元素“相邻”与“不相邻”问题

答案　C

解析　由题意可知，先排工序 A，有 2 种编排方法；再将工序 B 和 C 视为一个整体(有 2 种顺序)与其他 3 个工序全排列共有 $2A_4^4$种编排方法.故实施顺序的编排方法共有 $2\times2A_4^4=96$(种).

故选 C.

二、填空题

7.5 个人排成一排，要求甲、乙两人之间至少有一人，则不同的排法有________种.

考点 排列的应用

题点 元素“相邻”与“不相邻”问题

答案 72

解析 甲、乙两人相邻共有 $A_2^2A_4^4$种排法，则甲、乙两人之间至少有一人共有 $A_5^5-A_2^2A_4^4=72$(种)排法.

8.由数字 0,1,2,3,4,5 组成没有重复数字的六位数，其中个位数字小于十位数字的共有________个.

考点 排列的应用

题点 数字的排列问题

答案 300

解析 由于组成没有重复数字的六位数，个位小于十位的与个位大于十位的一样多，故有$\frac{5A_5^5}{2}$$=300$(个).

9.由 1,4,5，x 四个数字组成没有重复数字的四位数，所有这些四位数的各数位上的数字之和为 288，则 $x=$________.

考点 排列的应用

题点 无限制条件的排列问题

答案 2

解析 当 $x\neq0$ 时，有 $A_4^4=24$(个)四位数，每个四位数的数字之和为 $1+4+5+x$，

故 $24(1+4+5+x)=288$，解得 $x=2$；

当 $x=0$ 时，每个四位数的数字之和为 $1+4+5=10$，而 288 不能被 10 整除，即 $x=0$ 不符合题意，

综上可知，$x=2$.

10.六个停车位置，有 3 辆汽车需要停放，若要使三个空位连在一起，则停放的方法数为________.

考点 排列的应用

题点 元素“相邻”与“不相邻”问题

答案 24

解析 把 3 个空位看作一个元素，与 3 辆汽车共有 4 个元素全排列，故停放的方法有 $A_4^4=4\times3\times2\times1=24$(种).

三、解答题

11.7 名班委中有 A，B，C 三人，有 7 种不同的职务，现对 7 名班委进行职务具体分工.

(1)若正、副班长两职只能从 A，B，C 三人中选两人担任，有多少种分工方案？

(2)若正、副班长两职至少要选 A，B，C 三人中的一人担任，有多少种分工方案？

解　(1)先排正、副班长有 A_3^2种方法，再安排其余职务有 A_5^5种方法，依分步计数原理，知共有 $A_3^2A_5^5=720$(种)分工方案.

(2)7 人中任意分工方案有 A_7^7种，A，B，C 三人中无一人担任正、副班长的分工方案有 $A_4^2A_5^5$种，因此 A，B，C 三人中至少有一人担任正、副班长的方案有 $A_7^7-A_4^2A_5^5=3\,600$(种).

12.分别求出符合下列要求的不同排法的种数.

(1)6 名学生排 3 排，前排 1 人，中排 2 人，后排 3 人；

(2)6 名学生排成一排，甲不在排头也不在排尾；

(3)6 人排成一排，甲、乙不相邻.

考点　排列的应用

题点　排列的简单应用

解　(1)分排与直排一一对应，故排法种数为 $A_6^6=720$.

(2)甲不能排头尾，让受特殊限制的甲先选位置，有 A_4^1种选法，然后其他 5 人排，有 A_5^5种排法，故排法种数为 $A_4^1A_5^5=480$.

(3)甲、乙不相邻，第一步除甲、乙外的其余 4 人先排好；第二步，甲、乙在已排好的 4 人的左、右及之间的空位中排，共有 $A_4^4A_5^2=480$(种)排法.

13.用 0,1,2,3,4,5 这六个数字，可以组成多少个分别符合下列条件的无重复数字的四位数：

(1)奇数；

(2)偶数；

(3)大于 3 125 的数.

解　(1)先排个位，再排首位，共有 $A_3^1\cdot A_4^1\cdot A_4^2=144$(个).

(2)以 0 结尾的四位偶数有 A_5^3个，以 2 或 4 结尾的四位偶数有 $A_2^1\cdot A_4^1\cdot A_4^2$个，则共有 $A_5^3+A_2^1\cdot A_4^1\cdot A_4^2=156$(个).

(3)要比 3 125 大，4,5 作千位时有 $2A_5^3$个，3 作千位，2,4,5 作百位时有 $3A_4^2$个，3 作千位，1 作百位时有 $2A_3^1$个，所以共有 $2A_5^3+3A_4^2+2A_3^1=162$(个).

探究与拓展

14.将 A，B，C，D，E，F 这六个字母排成一排，且 A，B 均在 C 的同侧，则不同的排法共有________种.(用数字作答)

考点　排列的应用

题点　定序问题

答案　480

解析　不考虑 A，B，C 的位置限定时有 $A_6^6=720$(种)，只考虑 A，B，C 三个字母的顺序有 $A_3^3=6$(种)，而 A，B 在 C 的同侧有 $2A_2^2=4$(种)，故满足条件的排法有 $A_6^6\times\dfrac{2A_2^2}{A_3^3}=480$(种).

15.高一年级某班的数学、语文、英语、物理、化学、体育六门课安排在同一天，每门课一节，上午四节，下午两节，数学课必须在上午，体育课必须在下午，数、理、化三门课中任意两门不相邻，但上午第四节和下午第一节不叫相邻，则不同的排法种数为多少？

考点　排列的应用

题点　元素“相邻”与“不相邻”问题

解　分两类：

第 1 类，数学课安排在上午第一节或第四节共 A_2^1种排法，体育课安排在下午共 A_2^1种排法，理、化课安排在上午一节，下午一节有 $2A_2^2$种排法，其余两门在剩下的位置安排共 A_2^2种.

由分步计数原理知，共有 $A_2^1\times A_2^1\times 2A_2^2\times A_2^2=32$(种)排法.

第 2 类，数学课安排在上午第二节或第三节，共 A_2^1种排法，体育课安排在下午有 A_2^1种排法，理、化课安排在上午一节，下午一节共 A_2^2种排法，其余两门在剩下的位置安排共 A_2^2种排法.

由分步计数原理知，共有 $A_2^1\times A_2^1\times A_2^2\times A_2^2=16$(种)排法.

综上，由分类计数原理知，排法种数为 $N=32+16=48$.