高一数学小练（23）

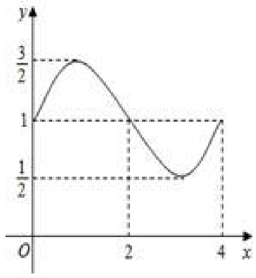
姓名：___________　　班级：___________　　学号：___________

一、选择题（本大题共 6 小题，共 30.0 分）

1. 已知全集 $U=R$，$A=\{x|x\leq 0\}$，$B=\{x|x\geq 1\}$，则集合$\complement_U$（$A\cup B$）=（　　）

A. $\{x|x\geq 0\}$　　B. $\{x|x\leq 1\}$　　C. $\{x|0\leq x\leq 1\}$　　D. $\{x|0<x<1\}$

2. 函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+b$的部分图像如图，则$f(2017)=$（　）



A. 1　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{4}$

3. 设 tan（π+α）=2，则$\frac{sin(\alpha-\pi)+cos(\pi-\alpha)}{sin(\pi+\alpha)-cos(\pi+\alpha)}$ =（　　）

A. 3　　B. $\frac{1}{3}$　　C. 1

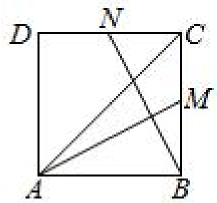
4. 已知θ是第二象限角，P（x，2）为其终边上一点且 cosθ=$\frac{\sqrt{5}}{5}x$，则$\frac{2sin\theta-cos\theta}{sin\theta+cos\theta}$的值（　　）

A. 5　　B. $\frac{5}{2}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{3}{4}$

5. 已知向量$\vec{a}=(8,\frac{1}{2}x)$，$\vec{b}=(x,1)$，其中 $x>0$，若$(\vec{a}-2\vec{b})\parallel(2\vec{a}+\vec{b})$，则 x 的值是（　　）

A. 4　　B. 8　　C. 0　　D. 2

6. 如图，正方形 $ABCD$ 中，M、N 分别是 BC、CD 的中点，若$\overrightarrow{AC}$=λ$\overrightarrow{AM}$+μ$\overrightarrow{BN}$，则λ+μ=（　　）

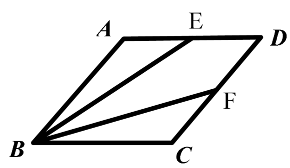


A. 2　　B. $\frac{8}{3}$　　C. $\frac{6}{5}$　　D. $\frac{8}{5}$

二、填空题（本大题共 3 小题，共 15.0 分）

7. 已知$\vec{a}$=（x+1，2），$\vec{b}$=（4，-7），且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为钝角，则 x 的取值范围为______ .

8. 如图，菱形 ABCD 的边长为 1，$\angle ABC=60^\circ$，E、F 分别为 AD、CD 的中点，则$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{BF}=$________



第 8 题

9. 对于函数 f（x）=3sin（$2x$+$\frac{\pi}{6}$），给出下列命题：

①图象关于原点成中心对称；　　②图象关于直线 x=$\frac{\pi}{6}$对称；

③函数 f（x）的最大值是 3；　　④函数在区间[-$\frac{\pi}{4}$，$\frac{\pi}{4}$]上单调递增.

其中所有正确命题的序号为______ .

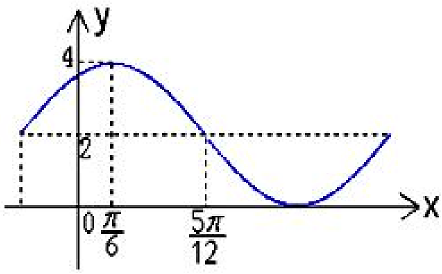
三、解答题（本大题共 3 小题，共 36.0 分）

10. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+B$ 的一部分图象如图所示，其中 $A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$.

（1）求函数 $y=f(x)$ 解析式；

（2）求 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 时，函数 $y=f(x)$ 的值域；

（3）将函数 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，求函数 $y=g(x)$ 的单调递减区间.



11. 已知 $\vec{a}=(3,4)$，$\vec{b}=(2,k)$.

（1）若 $(\vec{a}+2\vec{b})\parallel(\vec{a}-\vec{b})$，求 k 的值.

（2）若 $(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$，求 k 的值.

12. 已知函数 $f(x)=\lg(2+x)+\lg(2-x)$.

（1）求函数 $f(x)$ 的定义域；

（2）记函数 $g(x)=10^{f(x)}+3x$，求函数 $g(x)$ 的值域；

（3）若不等式 $f(x)>m$ 有解，求实数 m 的取值范围.

答案和解析

1.【答案】D

【解析】

解：$A\cup B=\{x|x\geq 1$ 或 $x\leq 0\}$，

$\therefore C_U(A\cup B)=\{x|0<x<1\}$，

故选：D.

先求 $A\cup B$，再根据补集的定义求 $C_U(A\cup B)$.

本题考查了集合的并集、补集运算，利用数轴进行数集的交、并、补运算是常用方法.

2.【答案】B

【解析】

【分析】

本题主要考查已知函数的图象求三角函数的解析式.

【解答】

解：观察图象可知，$A=\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}{2}=\dfrac{1}{2}$，T=4，b=1，

所以$\omega=\dfrac{2\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$，

所以$f(0)=\dfrac{1}{2}sin\left(\dfrac{\pi}{2}\times 0+\varphi\right)+1=1$，解得$sin\varphi=0$，

所以$cos\varphi=1$，

所以$f(2017)=f(504\times 4+1)=f(1)=\dfrac{1}{2}sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\varphi\right)+1=\dfrac{1}{2}cos\varphi+1=\dfrac{3}{2}$，

故选 B.

3.【答案】A

【解析】

解：由 $\tan(\pi+\alpha)=2$，得 $\tan\alpha=2$，

则$\dfrac{sin(\alpha-\pi)+cos(\pi-\alpha)}{sin(\pi+\alpha)-cos(\pi+\alpha)}=\dfrac{-sin\alpha-cos\alpha}{-sin\alpha-(-cos\alpha)}=\dfrac{sin\alpha+cos\alpha}{sin\alpha-cos\alpha}=\dfrac{tan\alpha+1}{tan\alpha-1}=3$.

故选 A.

由 $\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$及正余弦诱导公式把要求代数式转化为 $\tan\alpha$的代数式即可.

本题考查诱导公式及化归思想.

4.【答案】A
【解析】

解:∵θ是第二象限角，P(x，2)为其终边上一点，

∴$|OP|=\sqrt{x^2+4}$，

则 $\cos\theta=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$x，即 x=-1.

∴tanθ=-2.

则 $\frac{2sin\theta-cos\theta}{sin\theta+cos\theta}=\frac{2tan\theta-1}{tan\theta+1}=\frac{-4-1}{-1}=5$.

故选:A.

由已知结合任意角的三角函数定义求得 x，进一步得到 tanθ，化弦为切得答案.

本题考查任意角的三角函数的定义，考查同角三角函数基本关系式的应用，

是基础题.

5.【答案】A
【解析】

解:∵向量$\vec{a}=(8,\frac{1}{2}x)$，$\vec{b}=(x,1)$，

∴$\vec{a}-2\vec{b}$=(8-2x，$\frac{1}{2}$x-2)，$2\vec{a}+\vec{b}$=(16+x，x+1)

∵$(\vec{a}-2\vec{b})\parallel(2\vec{a}+\vec{b})$，

∴(8-2x)(x+1)-(16+x)($\frac{1}{2}$x-2)=0

即$-\frac{5}{2}x^2+40=0$

又因 x＞0
∴x=4

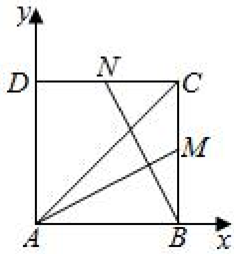
故选 A.

根据平面向量的坐标运算公式求出向量$\vec{a}-2\vec{b}$与$2\vec{a}+\vec{b}$，然后根据平面向量共线(平行)的充要条件建立等式，解之即可.

本题主要考查了平面向量的坐标运算，以及平面向量共线(平行)的坐标表示，同时考查了计算能力，属于基础题.

6.【答案】D

【解析】



解：以 AB，AD 为坐标轴建立平面直角坐标系，如图：

设正方形边长为 1，则 $\overrightarrow{AM}=(1,\ \frac{1}{2})$，$\overrightarrow{BN}=(-\frac{1}{2},\ 1)$，$\overrightarrow{AC}=(1,\ 1)$．

$\because \overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AM}+\mu\overrightarrow{BN}$，

$\therefore \begin{cases} \lambda-\frac{1}{2}\mu=1 \\ \frac{1}{2}\lambda+\mu=1 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} \lambda=\frac{6}{5} \\ \mu=\frac{2}{5} \end{cases}$．

$\therefore \lambda+\mu=\frac{8}{5}$．

故选：D.

建立平面直角坐标系，使用坐标进行计算，列方程组解出λ，μ.

本题考查了平面向量的基本定理，属于基础题.

7.【答案】$x<\frac{5}{2}$且$x\neq-\frac{15}{7}$

【解析】

解：若 $\vec{a}\parallel\vec{b}$，则 8+7(x+1)=0，$\therefore x=-\frac{15}{7}$，

$\because \vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角，

$\therefore x\neq-\frac{15}{7}$．

$\vec{a}\cdot\vec{b}=4(x+1)-14=4x-10$，

$\because \vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角，

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}<0$，即 4x-10<0，

$\therefore x<\frac{5}{2}$，

故答案为 $x<\frac{5}{2}$且$x\neq-\frac{15}{7}$．

令 $\vec{a}\cdot\vec{b}<0$ 即可解出 x 的范围，再排除掉 $\vec{a},\vec{b}$ 共线的情况即可.

本题考查了平面向量的数量积及夹角计算，属于基础题.

8.【答案】$\frac{13}{8}$

9.【答案】②③

【解析】

解：对于函数 $f(x)=3\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，

由于它不是奇函数，故它的图象不关于原点成中心对称，故排除①；

由于当 $x=\frac{\pi}{6}$ 时，$f(x)=3$，为函数 $f(x)$ 的最大值，故它的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称，故②满足条件；

根据函数 $f(x)=3\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ 的最大值为 3，故③满足条件；

由于在区间 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 上，$2x+\frac{\pi}{6}\in[-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$，

故函数 $f(x)=3\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ 在区间 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 上不是单调递增的，故④错误，

故答案为：②③.

由条件利用正弦函数的图象和性质，得出结论.

本题主要考查正弦函数的图象和性质，属于基础题.

10.【答案】解：（1）根据函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+B$ 的一部分图象，其中 $A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，

可得 $A=4-2=2$，$B=2$，$\frac{T}{4}=\frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6}$，$\therefore\omega=2$.

再根据五点法作图，可得 $2\cdot\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}$，$\therefore\varphi=\frac{\pi}{6}$，$\therefore f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})+2$.

（2）$\because x\in[0, \frac{\pi}{2}]$，$\therefore 2x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]$，$\therefore\sin(2x+\frac{\pi}{6})\in[-\frac{1}{2}, 1]$，$\therefore y=f(x)\in[1, 4]$.

（3）将函数 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，得到函数 $y=g(x)=2\sin[2(x-\frac{\pi}{4})+\frac{\pi}{6}]+2=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})+2$ 的图象，

对于函数 $y=g(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})+2$，令 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leq 2x-\frac{\pi}{3}\leq 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，求得 $k\pi+\frac{5\pi}{12}\leq x\leq k\pi+\frac{11\pi}{12}$，

故函数 $g(x)$ 的单调减区间为 $[k\pi+\frac{5\pi}{12}, k\pi+\frac{11\pi}{12}]$，$k\in Z$.

【解析】

(1)由函数的图象的顶点坐标求出 A，由周期求出 ω，由五点法作图求出 φ 的值，可得函数的解析式.

(2)利用正弦函数的定义域和值域，求得 $x\in[0, \frac{\pi}{2}]$ 时，函数 $y=f(x)$ 的值域.

(3)利用正弦函数的单调性，求得函数 $y=g(x)$ 的单调递减区间.

本题主要考查由函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图象求解析式，由函数的图象的

顶点坐标求出 A，由周期求出ω，由五点法作图求出φ的值．还考查了正弦函数的定义域和值域，正弦函数的单调性，属于中档题．

11.【答案】解：$\vec{a}$=（3，4），$\vec{b}$=（2，k）．

（1）$\vec{a}+2\vec{b}$=（7，4+2k），$\vec{a}-\vec{b}$=（1，4-k），

（$\vec{a}+2\vec{b}$）∥（$\vec{a}-\vec{b}$），

可得：28-7k=4+2k，

解得 $k=\frac{8}{3}$．

（2）$\vec{a}+\vec{b}$=（5，4+k）．

$\vec{a}-\vec{b}$=（1，4-k），

（$\vec{a}+\vec{b}$）⊥（$\vec{a}-\vec{b}$），

可得：5+16-k^2=0，

解得 $k=\pm\sqrt{21}$．

【解析】

利用向量的共线与垂直的充要条件列出方程求解即可．

本题考查向量共线与垂直的充要条件的应用，考查计算能力．

12.解：（1）x 须满足 $\begin{cases}2+x>0\\2-x>0\end{cases}$，　∴ $-2<x<2$，　…………………3 分

∴所求函数的定义域为 $(-2,2)$　……………………5 分

说明：如果直接由 $f(x)=\lg(4-x^2)$，$4-x^2>0$ 得到定义域 $(-2,2)$，不得分。但不再影响后两小题的得分。

（2）由于 $-2<x<2$，∴ $f(x)=\lg(4-x^2)$，　而 $g(x)=10^{f(x)}+3x$,

∴函数 $g(x)=-x^2+3x+4\ \ (-2<x<2)$，　…………………………7 分

其图象的对称轴为 $x=\frac{3}{2}$, ∴而 $g(\frac{3}{2})=\frac{25}{4}$, $g(-2)=-6$，

所以所求函数的值域是 $(-6,\frac{25}{4}]$　…………………………10 分

（3）∵不等式 $f(x)>m$ 有解，∴ $m<f(x)_{\max}$　…………………………13 分

令 $t=4-x^2$，由于 $-2<x<2$，∴ $0<t\le 4$

∴ $f(x)$ 的最大值为 $\lg 4$.

∴实数 m 的取值范围为 $m<\lg 4$　…………………………15 分

说明：也可以结合 $f(x)$ 的是偶函数和单调性，求得 $f(x)$ 的最大值，参照给分。