

仪征中学易错小题汇编

1. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上横坐标为 1 的点到焦点的距离为 4, 则该抛物线的准线方程为_____.

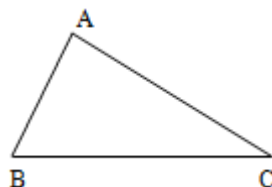
答案: $x = -3$

2. 已知 $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$ 且 $\alpha \in (\frac{3\pi}{4}, 2\pi)$, 则 $\cos \alpha =$ _____.

答案: $\pm \frac{4\sqrt{31}}{31}$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2, AC = 3$, 角 A 的平分线与 AB 边上的中线交于点 O , 若 $\vec{AO} = x\vec{AB} + y\vec{AC} (x, y \in \mathbf{R})$, 则 $x + y$ 的值为_____.

答案: $\frac{5}{8}$



4. $\triangle ABC$ 中, $\tan A = \frac{1}{3}$, $B = \frac{\pi}{4}$. 若椭圆 E 以 AB 为长轴, 且过点 C , 则离心率是_____.

答案: $\frac{\sqrt{6}}{3}$

5. 已知实数 x, y 满足方程 $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 1}$, 则 $\frac{y}{x}$ 的取值范围是_____.

答案: $[0, \sqrt{3}]$

6. 在 $\triangle ABC$ 中, AH 是边 BC 上的高, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{6} + 1$, $AC = \sqrt{5}$, $\tan C = 2$, 则 $(\vec{AH} + \vec{BC}) \cdot (\vec{GB} + \vec{GC}) =$ _____.

答案: 1

7. 已知函数 $f(x) = ax^3, g(x) = 9x^2 + 3x - 1$, 当 $x \in [1, 2]$ 时, $f(x) \geq g(x)$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

答案: $[11, +\infty)$

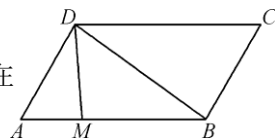
8. 函数 $y=2\cos 2x+5\sin x-4$ 的值域为_____.

答案: $[-11, -\frac{7}{6}]$

9. 已知过定点 $P(2,0)$ 的直线 l 与曲线 $y=\sqrt{2-x^2}$ 相交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 当 $\triangle AOB$ 的面积取到最大值时, 直线 l 的倾斜角为_____.

答案: 150°

10. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=2, AD=1, \angle A=60^\circ$, 点 M 在 AB 边上, 且 $AM=\frac{1}{3}AB$, 则 $\vec{DM} \cdot \vec{DB}$ 等于_____.



答案: 1

11. 已知函数 $f(x)=x^3+2x$, 若 $f(1)+f(\log_{\frac{1}{a}} 3)$ ($a>0$ 且 $a \neq 1$), 则实数 a 的取值范围是_____.

答案: $(0,1) \cup (3,+\infty)$

12. $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 B 为锐角, 且 $2\sin A \sin C = \sin^2 B$, 则 $\frac{a+c}{b}$ 的取值范围是_____.

答案: $\sqrt{2}, \sqrt{3}$

13. $\triangle ABC$ 中, A, B, C 是其内角, 若 $\sin 2A + \sin(A-C) - \sin B = 0$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是_____三角形.

答案: 等腰或直角

14. 过点 $P(6, -1)$, 在 x 轴、 y 轴上的截距分别为 a, b , 且满足 $a=3b$ 的直线方程为_____.

答案: $y = -\frac{1}{6}x$ 或 $y = -\frac{1}{3}x + 1$

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x + e^x - 3, & x \geq 1 \\ x^2 + ax + 2, & x < 1 \end{cases}$ 有且仅有 2 个零点, 则 a 的范围是_____.

答案: $-\infty, -3 \cup 2\sqrt{2}$

16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知过点 $M(1,1)$ 的直线 l 与圆 $(x+1)^2+(y-2)^2=5$ 相切, 且与直线 $ax+y-1=0$ 垂直, 则实数 $a=$ _____.

答案: $\frac{1}{2}$

17. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 3 的等边三角形, 点 P 是以 A 为圆心的单位圆上一动点, 点 Q 满足

$\overrightarrow{AQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AP} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$, 则 $|\overrightarrow{BQ}|$ 的最小值是_____.

答案: $\sqrt{7} - \frac{2}{3}$

18. 已知函数 $f(x) = x^2 + (1-a)x - a$, 若关于 x 的不等式 $f(f(x)) < 0$ 的解集为空集, 则实数 a 的取值范围是_____.

答案: $[-3, 2\sqrt{2} - 3]$

19. 已知正实数 a, b 满足 $9a^2 + b^2 = 1$, 则 $\frac{ab}{3a+b}$ 的最大值为_____.

答案: $\frac{\sqrt{2}}{12}$

20. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 = b^2$, 若椭圆 C_1 上存在点 P , 由点 P 向圆 C_2 所作的两条切线 PA, PB , 且 $\angle APB = 60^\circ$, 则椭圆 C_1 的离心率的取值范围是_____.

答案: $\left[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$

21. 已知实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} x - y \leq 0, \\ x + y - 5 \geq 0, \\ y - 3 \leq 0, \end{cases}$ 若不等式 $m(x^2 + y^2) \leq (x + y)^2$ 恒成立, 则实数 m 的最大

值是_____.

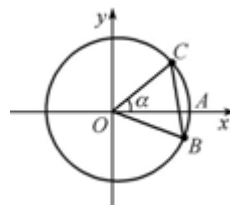
答案: $\frac{25}{13}$

22. 若 $f(x) = x^2 - 2x - 4\ln x$, 则 $f'(x) > 0$ 的解集是_____.

答案: $(2, +\infty)$

23. 如图, 圆 O 与 x 轴的正半轴的交点为 A , 点 C 、 B 在圆 O 上, 且点 C 位于第一象限, 点 B 的坐标为 $(\frac{12}{13}, -\frac{5}{13})$, $\angle AOC = \alpha$, 若 $BC = 1$, 则 $\sqrt{3}\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} =$ _____.

答案: $\frac{5}{13}$



24. 在 $\triangle ABC$ 中, a 、 b 、 c 分别是角 A 、 B 、 C 所对的边, 且 $3a\overrightarrow{BC} + 4b\overrightarrow{CA} + 5c\overrightarrow{AB} = \mathbf{0}$, 则 $a : b : c =$ _____.

答案: 20:15:12

25. 若函数 $f(x) = a \ln x - x$ 在区间 $(1, 2)$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是 _____.

答案: $[2, +\infty)$

26. 已知函数 $f(x) = 3\sin \frac{x}{2}$, 如果存在实数 x_1, x_2 , 使得对任意的实数 x , 都有 $f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2)$, 则 $|x_1 - x_2|$

的最小值为 _____.

答案: 2π

27. 若 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点, 且满足 $|\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OA}|$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 _____.

答案: 直角三角形

28. 已知函数 $f(x) = x^2 - 5x + 2 \ln x$, 那么 $f(x)$ 的单调增区间为 _____.

答案: $(0, \frac{1}{2})$, $(2, +\infty)$

29. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3a^2x + 1$ 的图象与直线 $y = 3$ 只有一个公共点, 那么实数 a 的取值范围是 _____.

答案: $1, -1$

30. 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ ($0 \leq x < \pi$), 且 $f(\alpha) = f(\beta) = \frac{1}{2}$ ($\alpha \neq \beta$), 则 $\alpha + \beta =$ _____.

答案: $\frac{7\pi}{6}$

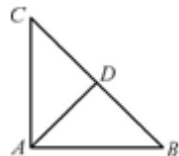
31. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 9 \ln x$ 在区间 $[a-1, a+1]$ 上单调递减, 则实数 a 的取值范围是 _____.

答案: $(1, 2]$

32. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$), $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=f\left(\frac{\pi}{3}\right)$, 且 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ 上有最小值, 无最大值, 那么 $\omega =$ _____.

答案: $\frac{14}{3}$

33. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=4$, $\angle BAC=90^\circ$, D 是 BC 的中点. 若向量 $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC}$, 且 \overrightarrow{AM} 的终点 M 在 $\triangle ACD$ 的内部(不含边界), 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$ 的取值范围是_____.



答案: $(-2, 6)$

34. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c . 若 $a=\sqrt{2}$, $c=\sqrt{3}$, $A=45^\circ$, 则 $C=$ _____.

答案: 120° 或 60°

35. 已知 D 为 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中点, $\triangle ABC$ 所在平面内有一个点, 满足 $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}$, 则 $\frac{|\overrightarrow{PD}|}{|\overrightarrow{AD}|}$ 的值为_____.

答案: 1

36. 已知函数 $f(x)=ax^3-3x^2+1$ ($a < 0$), 若 $f(x)$ 存在唯一的零点 x_0 , 且 $x_0 > 0$, 则实数 a 的取值范围是_____.

答案: $(-\infty, -2)$

37. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB=\sqrt{3}$, $AC=1$, $B=30^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于_____.

答案: $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{4}$

38. 若函数 $f(x)=x^2 - \frac{1}{2}\ln x + 1$ 在其定义域内的一个子区间 $(a-1, a+1)$ 内存在极值, 则实数 a 的取值范围是_____.

答案: $\left[1, \frac{3}{2}\right)$

39. 在各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $2a_4 + a_3 - 2a_2 - a_1 = 8$, 则 $2a_5 + a_4$ 的最小值为_____.

答案: $12\sqrt{3}$

40. 设数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 1$, 且满足 $a_{2n+1} = 2a_{2n-1}$ 与 $a_{2n} = a_{2n-1} + 1$, 则 $S_{20} =$ _____.

答案: 2056

41. 已知 $\sin \alpha = 3\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$, 则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{12}\right) =$ _____.

答案: $2\sqrt{3} - 4$

42. 若对任意的 $x \in [1, e]$, 都有 $a \ln x \geq (a+2)x$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

答案: $a \leq \frac{2e}{1-e}$

43. 已知直线 $l \perp$ 平面 α , 直线 $m \subset$ 平面 β , 则下列四个命题, 其中正确命题的序号是_____.

①若 $\alpha // \beta$, 则 $l \perp m$; ②若 $\alpha \perp \beta$, 则 $l // m$; ③若 $l // m$, 则 $\alpha \perp \beta$; ④若 $l \perp m$, 则 $\alpha // \beta$.

答案: ①③

44. 已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 M 在该椭圆上, 且 $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} = 0$, 则点 M 到 y 轴的距离为_____.

答案: $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

45. 已知等腰三角形腰上的中线长为 $\sqrt{3}$, 则该三角形的面积的最大值是_____.

答案: 2

46. 定义在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的函数 $f(x) = 8\sin x - \tan x$ 的最大值为_____.

答案: $3\sqrt{3}$

47. 设 P 为有公共焦点 F_1, F_2 的椭圆 C_1 与双曲线 C_2 的一个交点, 且 $PF_1 \perp PF_2$, 椭圆 C_1 的离心率为 e_1 , 双曲线 C_2 的离心率为 e_2 , 若 $e_2 = 3e_1$, 则 $e_1 =$ _____.

答案: $\frac{\sqrt{5}}{3}$

48. 已知 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 均为等比数列, 其前 n 项和分别为 S_n, T_n . 若对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, 总有 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{3^n + 1}{4}$,

则 $\frac{a_3}{b_3} =$ _____.

答案: 9

49. 设集合 $A = \{x | \frac{1}{4} \leq 2^x \leq 64, x \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | y = \ln(x^2 - 3x)\}$, 则 $A \cap B$ 的子集的个数是_____.

答案: 8

50. 在三棱锥 $ABCD$ 中, E 是 AC 的中点, F 在 AD 上, 且 $2AF = FD$. 若三棱锥 $ABEF$ 的体积为 2, 则四棱锥 $BECDF$ 的体积为_____.

答案: 10