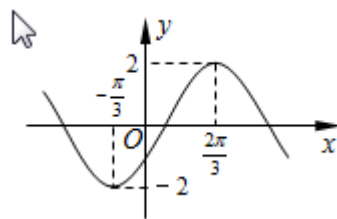


江苏省仪征中学 2019 届高三（上）期中考试热身练习 1

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 评价_____

一、填空题：

1. 已知集合 $A = \{1, 3, 6\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
2. 函数 $y = \sin^2 x$ 的最小正周期为_____.
3. 设幂函数 $y = x^\alpha$ 的图象经过点 $(2, \sqrt{2})$, 则 α 的值为_____.
4. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a = 2$, $b = \sqrt{3}$, $B = \frac{\pi}{3}$, 则 $A =$ _____.
5. 若命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - ax + 1 < 0$ ” 是真命题, 则实数 a 的取值范围是_____.
6. 设向量 $\vec{a} = (2, 3)$, $\vec{b} = (3, 3)$, $\vec{c} = (7, 8)$, 若 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} (x, y \in \mathbf{R})$, 则 $x + y =$ _____.
7. 若函数 $f(x) = x^2 + (a+3)x + \ln x$ 在区间 $(1, 2)$ 上存在唯一的极值点, 则实数 a 的取值范围为_____.
8. 设菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 的长为 4, 则 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} =$ _____.
9. 设函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 A, ω, φ 为常数, 且 $A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 若 $f(\alpha) = \frac{6}{5}$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$), 则 $f(\alpha + \frac{\pi}{6})$ 的值为_____.



10. 设函数 $f(x)$ 是以 4 为周期的奇函数, 当 $x \in [-1, 0)$ 时, $f(x) = 2^x$, 则 $f(\log_2 20) =$ _____.
11. 设函数 $f(x) = |x - a| + \frac{9}{x} (a \in \mathbf{R})$, 若当 $x \in (0, +\infty)$ 时, 不等式 $f(x) \geq 4$ 恒成立, 则 a 的取值范围是_____.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $A = \frac{\pi}{3}, a = 4\sqrt{7}$, 角 A 的平分线交边 BC 于点 D , 其中 $AD = 3\sqrt{3}$, 则 $S_{\triangle ABC} =$ _____.

二、解答题：

1、记函数 $f(x) = \lg(1-ax^2)$ 的定义域、值域分别为集合 A, B .

(1) 当 $a=1$ 时, 求 $A \cap B$;

(2) 若 “ $x \in A$ ” 是 “ $x \in B$ ” 的必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围.

2、设直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x) = \sin x + a \cos x$ 的图象的一条对称轴.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最大值及取得最大值时 x 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的减区间.

答案：

一、填空题：

1. $\{1, 2, 3, 6\}$ 2. π 3. $\frac{1}{2}$ 4. $\frac{\pi}{2}$ 5. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ 6. $\frac{8}{3}$
7. $(-\frac{15}{2}, -6)$ 8. 8 9. $\frac{4+3\sqrt{3}}{5}$ 10. $-\frac{4}{5}$ 11. $(-\infty, 2]$ 12. $12\sqrt{3}$

二、解答题

1. 解：（1）当 $a=1$ 时， $f(x)=\lg(1-x^2)$ ，由 $1-x^2 > 0$ ，得 $A=(-1,1)$2分
又 $0 < 1-x^2 \leq 1$ ，所以 $B=(-\infty, 0]$4分
故 $A \cap B = (-1, 0]$6分

（2）“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件 $\Leftrightarrow B \subsetneq A$8分

①当 $a=0$ 时， $A=\mathbb{R}$ ， $B=\{0\}$ ，适合题意；9分

②当 $a < 0$ 时， $A=\mathbb{R}$ ， $B=[0, +\infty)$ ，适合题意；11分

③当 $a > 0$ 时， $A=(-\frac{1}{\sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{a}})$ ， $B=(-\infty, 0]$ ，不适合题意.13分

综上所述，实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 0]$14分

2. 解：（1）因为直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 的图象的对称轴，

所以 $f(-\frac{\pi}{6} + x) = f(-\frac{\pi}{6} - x)$ 对 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立.2分

所以 $\sin(-\frac{\pi}{6} + x) + a \cos(-\frac{\pi}{6} + x) = \sin(-\frac{\pi}{6} - x) + a \cos(-\frac{\pi}{6} - x)$ 对 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立，

即 $(a + \sqrt{3}) \sin x = 0$ 对 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立，所以 $a = -\sqrt{3}$6分

从而 $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x - \frac{\pi}{3})$8分

故当 $x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ，即 $x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$ ($k \in \mathbb{Z}$) 时， $f(x)$ 取得最大值为 2.10分

（说明：其它方法的，类似给分）

（2）由 $2k\pi + \frac{\pi}{2} \leq x - \frac{\pi}{3} \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$ ，解得 $f(x)$ 的递减区间为 $[2k\pi + \frac{5\pi}{6}, 2k\pi + \frac{11\pi}{6}]$ ($k \in \mathbb{Z}$).12分

从而 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的减区间为 $[\frac{5\pi}{6}, \pi]$.（注：区间的形式不唯一）14分