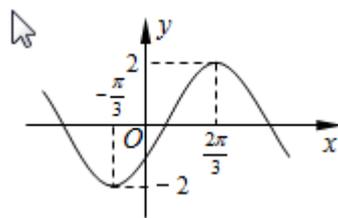


## 江苏省仪征中学 2019 届高三（上）期中考试热身练习 1

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 评价\_\_\_\_\_

## 一、填空题：

1. 已知集合  $A = \{1, 3, 6\}$ ,  $B = \{1, 2\}$ , 则  $A \cup B =$ \_\_\_\_\_.
2. 函数  $y = \sin^2 x$  的最小正周期为\_\_\_\_\_.
3. 设幂函数  $y = x^\alpha$  的图象经过点  $(2, \sqrt{2})$ , 则  $\alpha$  的值为\_\_\_\_\_.
4. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $a = 2$ ,  $b = \sqrt{3}$ ,  $B = \frac{\pi}{3}$ , 则  $A =$ \_\_\_\_\_.
5. 若命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - ax + 1 < 0$ ” 是真命题, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
6. 设向量  $\vec{a} = (2, 3)$ ,  $\vec{b} = (3, 3)$ ,  $\vec{c} = (7, 8)$ , 若  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} (x, y \in \mathbf{R})$ , 则  $x + y =$ \_\_\_\_\_.
7. 若函数  $f(x) = x^2 + (a + 3)x + \ln x$  在区间  $(1, 2)$  上存在唯一的极值点, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
8. 设菱形  $ABCD$  的对角线  $AC$  的长为 4, 则  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} =$ \_\_\_\_\_.
9. 设函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  (其中  $A, \omega, \varphi$  为常数, 且  $A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示, 若  $f(\alpha) = \frac{6}{5}$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ), 则  $f(\alpha + \frac{\pi}{6})$  的值为\_\_\_\_\_.



10. 设函数  $f(x)$  是以 4 为周期的奇函数, 当  $x \in [-1, 0)$  时,  $f(x) = 2^x$ , 则  $f(\log_2 20) =$ \_\_\_\_\_.
11. 设函数  $f(x) = |x - a| + \frac{9}{x} (a \in \mathbf{R})$ , 若当  $x \in (0, +\infty)$  时, 不等式  $f(x) \geq 4$  恒成立, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $A = \frac{\pi}{3}, a = 4\sqrt{7}$ , 角  $A$  的平分线交边  $BC$  于点  $D$ , 其中  $AD = 3\sqrt{3}$ , 则  $S_{\triangle ABC} =$ \_\_\_\_\_.

## 二、解答题：

1、记函数  $f(x) = \lg(1-ax^2)$  的定义域、值域分别为集合  $A, B$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求  $A \cap B$ ;

(2) 若 “ $x \in A$ ” 是 “ $x \in B$ ” 的必要不充分条件, 求实数  $a$  的取值范围.

2、设直线  $x = -\frac{\pi}{6}$  是函数  $f(x) = \sin x + a \cos x$  的图象的一条对称轴.

(1) 求函数  $f(x)$  的最大值及取得最大值时  $x$  的值;

(2) 求函数  $f(x)$  在  $[0, \pi]$  上的减区间.

答案：

一、填空题：

1.  $\{1, 2, 3, 6\}$     2.  $\pi$     3.  $\frac{1}{2}$     4.  $\frac{\pi}{2}$     5.  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$     6.  $\frac{8}{3}$   
7.  $(-\frac{15}{2}, -6)$     8. 8    9.  $\frac{4+3\sqrt{3}}{5}$     10.  $-\frac{4}{5}$     11.  $(-\infty, 2]$     12.  $12\sqrt{3}$

二、解答题

1. 解：（1）当  $a=1$  时， $f(x)=\lg(1-x^2)$ ，由  $1-x^2 > 0$ ，得  $A=(-1,1)$ . .....2分  
又  $0 < 1-x^2 \leq 1$ ，所以  $B=(-\infty, 0]$ . .....4分  
故  $A \cap B = (-1, 0]$ . .....6分

（2）“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件  $\Leftrightarrow B \subsetneq A$ . .....8分

①当  $a=0$  时， $A=\mathbb{R}$ ， $B=\{0\}$ ，适合题意； .....9分

②当  $a < 0$  时， $A=\mathbb{R}$ ， $B=[0, +\infty)$ ，适合题意； .....11分

③当  $a > 0$  时， $A=(-\frac{1}{\sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{a}})$ ， $B=(-\infty, 0]$ ，不适合题意. ....13分

综上所述，实数  $a$  的取值范围是  $(-\infty, 0]$ . .....14分

2. 解：（1）因为直线  $x = -\frac{\pi}{6}$  是函数  $f(x)$  的图象的对称轴，

所以  $f(-\frac{\pi}{6} + x) = f(-\frac{\pi}{6} - x)$  对  $x \in \mathbb{R}$  恒成立. ....2分

所以  $\sin(-\frac{\pi}{6} + x) + a \cos(-\frac{\pi}{6} + x) = \sin(-\frac{\pi}{6} - x) + a \cos(-\frac{\pi}{6} - x)$  对  $x \in \mathbb{R}$  恒成立，

即  $(a + \sqrt{3}) \sin x = 0$  对  $x \in \mathbb{R}$  恒成立，所以  $a = -\sqrt{3}$ . ....6分

从而  $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x - \frac{\pi}{3})$ . ....8分

故当  $x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ，即  $x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) 时， $f(x)$  取得最大值为 2. ....10分

（说明：其它方法的，类似给分）

（2）由  $2k\pi + \frac{\pi}{2} \leq x - \frac{\pi}{3} \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$ ，解得  $f(x)$  的递减区间为  $[2k\pi + \frac{5\pi}{6}, 2k\pi + \frac{11\pi}{6}]$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). ....12分

从而  $f(x)$  在  $[0, \pi]$  上的减区间为  $[\frac{5\pi}{6}, \pi]$ .（注：区间的形式不唯一） .....14分