

高三数学基础强化滚动训练(一)2021.9.12

(满分 100 分 时间 60 分钟)

一、单项选择题(每小题 5 分, 共 25 分)

1. 已知集合 $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{y | y = \sqrt{x+1}\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- A. $(0, 1)$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{x | x \geq -1\}$ D. $\{y | y \geq 1\}$

2. 对于实数 a, b, c , “ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 若对任意的实数 x , 不等式 $xa \leq e^{x-1} + x^2 + 1$ 恒成立, 则实数 a 的最大值是()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

4. 若函数 $f(x) = \begin{cases} (2-a)x, & x \geq 1, \\ ax+1, & x < 1 \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数, 则 a 的取值范围为()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(0, 2)$ C. $(0, \frac{1}{2}]$ D. $[\frac{1}{2}, 2)$

5. 已知函数 $f(x) = 2 \cdot 0.21^x + \log_{2 \cdot 0.21}(\sqrt{x^2+1} - x) - 2 \cdot 0.21^{-x} + 2$, 则关于 x 的不等式 $f(3x+1) + f(x) > 4$ 的解集为

()

- A. $(-\frac{1}{4}, +\infty)$ B. $(-\infty, -\frac{1}{4})$ C. $(0, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$

二、多项选择题(每小题 5 分, 共 10 分)

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2a, & x < 0, \\ x^2-ax, & x \geq 0, \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(f(x)) = 0$ 有 8 个不同的实根, 则 a 的值可能为()

- A. -6 B. 8 C. 9 D. 12

7. 已知函数 $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - \log_{\frac{1}{2}} x$, 若 $0 < a < b < c$, 且满足 $f(a)f(b)f(c) < 0$ ($0 < a < b < c$), 则下列说法一定正确的是()

- ① $f(x)$ 有且只有一个零点; ② $f(x)$ 的零点在 $(0, 1)$ 内;
③ $f(x)$ 的零点在 (a, b) 内; ④ $f(x)$ 的零点在 $(c, +\infty)$ 内.

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

三、填空题(每小题 5 分, 共 15 分)

8. 定义新运算 $\square$: 当 $a \geq b$ 时, $a \square b = a$; 当 $a < b$ 时, $a \square b = b^2$, 则函数 $f(x) = (1 \square x)x - (2 \square x)$, $x \in [-2, 2]$ 的最大值等于_____.

9. 函数 $y = 2x + 4\cos x$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的极_____ (填“大”或“小”)值点为_____.

10. 若分别在曲线 $y = e^x$ 与直线 $y = ex - 1$ 上各取一点 M 与 N , 则 MN 的最小值为_____.

四、解答题(每小题 25 分, 共 50 分)

11. 已知函数 $f(x)=a^x+b^x(a>0, b>0, a\neq 1, b\neq 1)$. 设 $a=2, b=\frac{1}{2}$.

(1) 求方程 $f(x)=2$ 的根;

(2) 若对任意 $x\in\mathbf{R}$, 不等式 $f(2x)\geq mf(x)-6$ 恒成立, 求实数 m 的最大值.

12. 已知函数 $f(x)=ae^x-\ln x-1$.

(1) 设 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点, 求 a , 并求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: 当 $a\geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x)\geq 0$.