

直线与圆的位置关系

教学目标：

1. 复习直线与圆的位置关系及其判定方法、直线与圆中的定量分析（弦长、切线长、求切线方程等），初步研究有关最值问题.
2. 在问题情景中，感受“数”和“形”的对立统一，体现灵活运用圆这个图形的几何特征. 渗透分类讨论、函数与方程、数形结合、转化化归等思想方法.
3. 引导学生独立思考、合作交流，鼓励学生提出问题，帮助学生提高学习数学的兴趣和信心，培养学生的数学核心素养和创新思维.

课前热身：

1. 直线 $4x+3y=40$ 与圆 $x^2+y^2=100$ 的公共点的坐标为_____.
2. 自点 $A(4, -1)$ 作圆 $C:(x-3)^2+(y-2)^2=1$ 的切线，则切线方程为_____.
3. 在平面直角坐标系 xOy 中，若直线 $ax+y-2=0$ 与圆 $C:(x-1)^2+(y-a)^2=16$ 相交于 A, B 两点，且 $\triangle ABC$ 为直角三角形，则实数 a 的值是_____.

课堂活动：

一、判断位置关系

问题探究：直线 $mx-y+3=0$ 与圆 $C:x^2+y^2=16$ 的位置关系是_____.

你能想到几种判断的方法？请你都写下来.

思考：直线与圆有哪些位置关系？如何判断直线与圆的位置关系？

二、有关相交问题

例1. 直线 $l: mx-y+3=0$ 被圆 $C:x^2+y^2=16$ 截得的弦长为 $\sqrt{46}$ ，求直线 l 的方程.

变式 1.

变式 2.

例2. 若 AC 和 BD 是圆 $O: x^2 + y^2 = 16$ 的两条相互垂直的弦，垂足为 $E(0,3)$.

(1) 求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.

(2) 若点 F 是 AB 中点，求点 F 的轨迹方程.

(3) 求 $|\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB}|$ 的取值范围.

三、有关相切问题

例3. (1) 自直线 $x-y+4=0$ 上的点 $P(2, 6)$ 作圆 $C: x^2 + y^2 = 4$ 的切线，求切线方程，并求出切线长.

(2) 自直线 $x-y+4=0$ 上的点 $P(2, 6)$ 作圆 $C: x^2 + y^2 = 4$ 的两条切线, 切点分别为 A 、 B , 以此为条件, 有哪些问题可以研究? 请你把问题编写完整, 并尝试解答.

反思提炼:

检测巩固:

1. 已知直线 $y=x+2a$ 与圆 $C: x^2+y^2-2ay-2=0$ 相交于 A, B 两点, 若 $AB=2\sqrt{3}$, 则圆 C 的面积为_____.

2. 已知圆 $C: x^2+y^2-4x-2y-20=0$, 直线 $l: 4x-3y+15=0$ 与圆 C 相交于 A, B 两点, D 为圆 C 上异于 A, B 两点的任意一点, 则 $\triangle ABD$ 面积的最大值为_____.

3. 过圆 $x^2+y^2=16$ 内一点 $P(-2,3)$ 作两条相互垂直的弦 AB 和 CD , 且 $AB=CD$, 则四边形 $ABCD$ 的面积为_____.

4. 已知直线 $l: mx+y-2m-1=0$, 圆 $C: x^2+y^2-2x-4y=0$, 当直线 l 被圆 C 所截得的弦长最短时, 实数 $m=$ _____.

5. 已知直线 $y=kx+3$ 与圆 $(x-2)^2+(y-3)^2=4$ 相交于 M, N 两点, 若 $MN \geq 2\sqrt{3}$, 则 k 的取值范围是_____.

6. 已知点 $M(3, 1)$, 直线 $l: ax - y + 4 = 0$ 及圆 $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

(1) 求过 M 点的圆 C 的切线方程;

(2) 若直线 l 与圆 C 相切, 求 a 的值;

(3) 若直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点, 且弦 AB 的长为 $2\sqrt{3}$, 求 a 的值;

(4) 若直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点, 求 $\triangle ABC$ 面积最大时 a 的值.