

江苏省仪征中学 2020 届高三年级第一学期 B 版午间 “3+1” (3)

班级_____姓名_____学号_____评价_____

请将填空题答案填在横线上, 并将每个题目的解答过程写在题目下方.

1. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3, & x \leq 0, \\ -x^2 - 2x + 3, & x > 0. \end{cases}$ 当 $x \in [-2, 2]$ 时不等式 $f(x+a) \geq f(2a-x)$ 恒成立, 则实数 a 的范围是_____.

2. 已知角 α 的终边过点 $P(8m, -6\sin 30^\circ)$, 且 $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, 则 m 的值为_____.

3. 对任意的 $\theta \in (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$, 不等式 $\frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{4}{\cos^2 \theta} \geq |-x+1|$ 恒成立, 则实数 x 的取值范围为_____.

4. 设函数 $f(x) = \cos(x + \frac{2}{3}\pi) + 2\cos^2 \frac{x}{2}$, $x \in \mathbf{R}$.

(1) 求 $f(x)$ 的值域;

(2) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边长分别为 a, b, c , 若 $f(B) = 1$, $b = 1$, $c = \sqrt{3}$, 求 a 的值.

1. $a \geq 4$

2. $-\frac{1}{2}$

3. $-8 \leq x \leq 10$

4 【解析】 本题考查了三角函数的化简求值及解斜三角形的有关知识对于(1)先把 $f(x)$ 化简为 $A\sin(\omega x + \varphi)$ 的形式, 再进行求值, (2)问可先求出 B 的值再利用余弦定理解决.

$$\begin{aligned}(1) f(x) &= \cos x \cos \frac{2}{3}\pi - \sin x \sin \frac{2}{3}\pi + \cos x + 1 \\ &= -\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \cos x + 1 = \frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + 1 = \sin(x + \frac{5\pi}{6}) + 1.\end{aligned}$$

因此 $f(x)$ 的值域为 $[0,2]$.

(2)由 $f(B)=1$ 得 $\sin(B + \frac{5\pi}{6}) + 1 = 1$, 即 $\sin(B + \frac{5\pi}{6}) = 0$, 又因 $0 < B < \pi$, 故 $B = \frac{\pi}{6}$.

由余弦定理 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$, 得 $a^2 - 3a + 2 = 0$,

解得 $a = 1$ 或 $a = 2$.