

江苏省仪征中学 2020 届高三年级第一学期 B 版午间 “3+1” (41)  
2019 年 12 月 12

班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 评价 \_\_\_\_\_

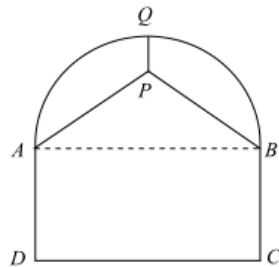
请将填空题答案填在横线上，并将每个题目的解答过程写在题目下方。

1. 若  $\alpha, \beta \in (0, \pi)$ ,  $\cos \alpha = -\frac{7}{\sqrt{50}}$ ,  $\tan \beta = -\frac{1}{3}$ , 则  $\alpha + 2\beta =$  \_\_\_\_\_.

2. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $AC=1$ ,  $BC=3$ . 若  $O$  是该三角形内的一点, 满足  $(\vec{OA} + \vec{OB}) \cdot (\vec{CA} - \vec{CB}) = 0$ , 则  $\vec{OC} \cdot \vec{AB} =$  \_\_\_\_\_.

3. 已知  $\sin 2\alpha - 2 = 2\cos 2\alpha$ , 则  $\sin^2 \alpha + \sin 2\alpha =$  \_\_\_\_\_.

4. 如图, 某隧道的剖面图是由半圆及矩形  $ABCD$  组成, 交通部门拟在隧道顶部安装通风设备 (视作点  $P$ ), 为了固定该设备, 计划除从隧道最高点  $Q$  处使用钢管垂直向下吊装以外, 再在两侧自  $A, B$  两点分别使用钢管支撑. 已知道路宽  $AB = 8\text{cm}$ , 设备要求安装在半圆内部, 所使用的钢管总长度为  $L$ .



1.  $\frac{11\pi}{4}$ ;      2. 4;      3. 1 或  $\frac{8}{5}$ ;

4. (1) 延长  $QP$  交  $AB$  于点  $E$ , 则  $QE \perp AB$ , 且  $E$  为  $AB$  的中点,

所以  $EA = EB = EQ = \frac{1}{2}AB = 4$ , 由对称性可知,  $PA = PB$ .

①若  $PQ = x$ , 则  $0 < x < 4$ ,  $EP = 4 - x$ ,

在  $Rt\triangle PAE$  中,  $PA = \sqrt{PE^2 + AE^2} = \sqrt{(4-x)^2 + 16}$ ,

所以  $L = PQ + 2PA = x + 2\sqrt{(4-x)^2 + 16}$  ( $0 < x < 4$ ),

②若  $\angle PAB = \theta$ , 则  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ , 在  $Rt\triangle PAE$  中,  $PA = \frac{AE}{\cos \theta} = \frac{4}{\cos \theta}$ ,

$PE = AE \tan \theta = 4 \tan \theta$ , 所以  $PQ = QE - PE = 4 - 4 \tan \theta$ ,

所以  $L = PQ + 2PA = 4 - 4 \tan \theta + 2 \times \frac{4}{\cos \theta} = 4 + 4 \times \frac{2 - \sin \theta}{\cos \theta}$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ).

(2) 选取②中的函数关系式,  $L = 4 + 4 \times \frac{2 - \sin \theta}{\cos \theta}$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ),

记  $f(\theta) = \frac{2 - \sin \theta}{\cos \theta}$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ),

则由  $f'(\theta) = \frac{2 \sin \theta - 1}{\cos^2 \theta} = 0$  及  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  可得,  $\theta = \frac{\pi}{6}$ ,

当  $\theta \in (0, \frac{\pi}{6})$  时  $f'(\theta) < 0$ , 此时  $f(\theta)$  单调递减,

当  $\theta \in (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$  时  $f'(\theta) > 0$ , 此时  $f(\theta)$  单调递增,

所以当  $\theta = \frac{\pi}{6}$  时,  $f(\theta)$  取得最小值,

从而钢管总长度为  $L$  取得最小值, 即所用的钢管材料最省.