

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第一学期高三数学学科期中复习

期中综合小练 (2)

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____ 日期: _____

一、单选题 (本题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.)

1. 记全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x^2 \geq 16\}$, 集合 $B = \{x \mid \ln x \geq 0\}$, 则 $(C_U A) \cap B = (\quad)$

- A. $[4, +\infty)$ B. $(1, 4]$ C. $[1, 4)$ D. $(1, 4)$

2. 函数 $f(x) = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$ 的最小正周期和最大值分别是 ()

- A. 2π 和 $\sqrt{2}$ B. 2π 和 2 C. 4π 和 $\sqrt{2}$ D. 4π 和 2

3. 标准对数远视力表 (如图) 采用的是“五分记录法”是我国独创的视力记录方式, 标准对数远视力表各行正方形“E”形视标, 且从视力 5.2 的视标所在行开始往上, 每一行“E”的边长都是下方一行“E”边长的 $\sqrt[10]{10}$ 倍, 若视力 4.1 的视标边长为 a , 则视力 4.8 的视标边长为 ()



- A. $10^{0.8}a$ B. $10^{0.7}a$ C. $10^{-0.8}a$ D. $10^{-0.7}a$

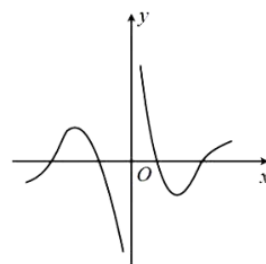
4. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象如下图所示, 则此函数可能是 ()

A. $f(x) = \frac{\sin 6x}{2^{-x} - 2^x}$

B. $f(x) = \frac{\sin 6x}{2^x - 2^{-x}}$

C. $f(x) = \frac{\cos 6x}{2^{-x} - 2^x}$

D. $f(x) = \frac{\cos 6x}{2^x - 2^{-x}}$

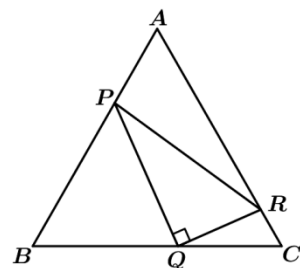


5. “总把新桃换旧符” (王安石)、“灯前小草写桃符” (陆游), 春节是中华民族的传统节日, 在宋代人们用写“桃符”的方式来祈福避祸, 而现代人们通过贴“福”字、贴春联、挂灯笼等方式来表达对新年的美好祝愿。某商家在春节前开展商品促销活动, 顾客凡购物金额满 50 元, 则可以从“福”字、春联和灯笼这三类礼品中任意免费领取一件, 若有 4 名顾客都领取一件礼品, 则他们中有且仅有 2 人领取的礼品种类相同的概率是 ()

- A. $\frac{5}{9}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{7}{16}$ D. $\frac{9}{16}$

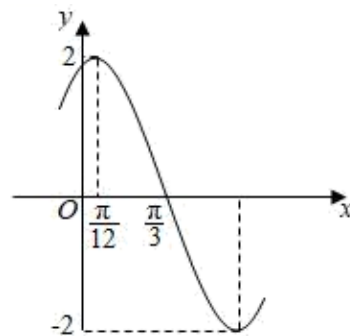
6. 如图, 直角三角形 PQR 的三个顶点分别在等边三角形 ABC 的边 AB 、 BC 、 CA 上, 且 $PQ = 2\sqrt{3}$, $QR = 2$, $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$, 则 AB 长度的最大值为 ()

- A. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ B. 6 C. $\frac{4\sqrt{21}}{3}$ D. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$



二、多选题（本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分.全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分.）

7. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，下列说法正确的是()



- A. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称
- B. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{5\pi}{12}$ 对称
- C. 函数 $y = f(x)$ 在 $[-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}]$ 单调递减
- D. 该图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位可得 $y = 2\sin 2x$ 的图象

8. 设 $0 < a < b, a + b = 1$ ，则下列结论正确 是 ()

- A. $a^2 + b^2 > b$
- B. $a < 2ab < \frac{1}{2}$
- C. $a > a^2 + b^2$
- D. $\frac{1}{2} < a^2 + b^2 < 1$

三、填空题（本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.）

9. 已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{3}$ ，则 $\sin(\frac{5\pi}{6} - \alpha)$ 的值为_____.

10. 已知奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，且 $f(4) = 0$ ，则不等式 $xf(x+1) > 0$ 的解集为_____.

11. 已知三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为 100π ， $PA \perp$ 平面 ABC ， $PA = 8$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，则三棱锥体积的最大值为_____.

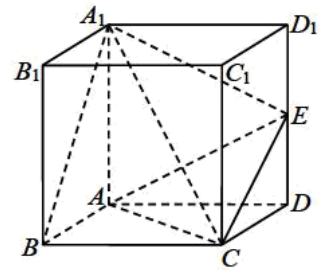
四、解答题（本题共 3 小题，计 36 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.）

12. 设函数 $f(x) = ax^2 + bx + 1 (a, b \in \mathbb{R})$ ， $F(x) = \begin{cases} f(x), & x > 0 \\ -f(x), & x < 0 \end{cases}$

- (1) 若 $f(-1) = 0$ ，且对任意实数 x 均有 $f(x) \geq 0$ 成立，求 $F(x)$ 的解析式；
- (2) 在 (1) 的条件下，当 $x \in [-2, 2]$ 时， $g(x) = f(x) - kx$ 是单调函数，求实数 k 的取值范围.

13. 如图, 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E 是 DD_1 的中点. 设平面 ABB_1A_1 与平面 A_1CE 的交线为 l .

- (1) 求证: $l \parallel$ 平面 ACE ;
- (2) 求二面角 $B-CA_1-E$ 的大小.



14. 已知函数 $f(x) = e^x - 1 - x - ax^2$.

- (1) 当 $a = 0$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 当 $x \geq 0$ 时, 若不等式 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
- (3) 若 $x > 0$, 证明: $(e^x - 1)\ln(x+1) > x^2$.