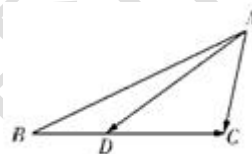


期末综合小练 (9)

1. 已知扇形的半径为 2, 面积为 4, 则这个扇形圆心角的弧度数为()
A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2

2. 若向量 \vec{a} , \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为()
A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = 2$, $AC = 1$, D 是 BC 边上一点, 且 $\vec{CD} = 2\vec{DB}$, 则 $\vec{AD} \cdot \vec{BC}$ 的值为_____.



4. 已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{4}{5}$, $-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}$, 求

(1) $\cos(\alpha - \frac{\pi}{3})$;

(2) $\cos \alpha$.

(9) 答案和解析

1. 【答案】D

解：设扇形圆心角的弧度数为 α ，

$$\text{则扇形面积为 } S = \frac{1}{2} \alpha r^2 = \frac{1}{2} \alpha \times 2^2 = 4,$$

解得 $\alpha = 2$ ，故选D.

2. 【答案】C

【解析】 【分析】

本题主要考查向量垂直的性质，向量数量积的定义，属于基础题.

由 $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$ 得到 $\vec{a}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，带入 \vec{a} 与 \vec{b} 的模长即可得到 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角.

【解答】

解：设 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 θ ， $\theta \in [0, \pi]$ ，

$$\because |\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 2, \vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b}),$$

$$\therefore \vec{a}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 3 - 2\sqrt{3}\cos\theta = 0,$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore \theta = \frac{\pi}{6}.$$

故选C.

3. 【答案】-2

【解析】 【分析】

本题考查平面向量的数量积运算，考查向量的加法与减法法则，是中档题.

把 \vec{AD} 、 \vec{BC} 用基向量 \vec{AB} 、 \vec{AC} 表示，展开数量积得答案.

【解答】

$$\text{解：} \because \vec{AD} = \vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AC} + \frac{2}{3}\vec{CB} = \vec{AC} + \frac{2}{3}(\vec{AB} - \vec{AC}) = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC},$$

$$\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB},$$

$$\therefore \vec{AD} \cdot \vec{BC} = \left(\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}\right) \cdot (\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{1}{3}\vec{AC}^2 + \frac{1}{3}\vec{AB} \cdot \vec{AC} - \frac{2}{3}\vec{AB}^2$$

$$= \frac{1}{3} \times 1^2 + \frac{1}{3} \times 2 \times 1 \times \cos 60^\circ - \frac{2}{3} \times 2^2 = -2.$$

故答案为：-2.

$$4. 【答案】 \text{解：(1) } \because \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{4}{5};$$

$$(2) \because \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{4}{5}, -\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}, \therefore \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{1 - \sin^2\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \cos\alpha = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)\cos\frac{\pi}{6} + \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)\sin\frac{\pi}{6} = \frac{4+3\sqrt{3}}{10}.$$

【解析】(1)由已知直接利用诱导公式求 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ 的值；

(2)由已知求得 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ ，再由 $\cos\alpha = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right)$ ，展开两角差的余弦求解.

本题考查三角函数的化简求值，考查诱导公式及两角差的余弦，是基础题.