平面向量的数量积（1）

复习目标

1. 理解平面向量数量积的含义及其物理意义.
2. 了解平面向量的数量积与向量投影的关系.
3. 掌握数量积的坐标表达式，会进行平面向量数量积的运算.
4. 能运用数量积表示两个向量的夹角，会用数量积判断两个平面向量的垂直关系.
5. 会用向量的方法解决某些简单的平面几何问题.

6.会用向量方法解决简单的力学问题与其他一些实际问题.

课前热身

1．（2020•安徽六安）已知单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{3}{4}\pi$ ，若向量 $\boldsymbol{m}=2\boldsymbol{a}, \boldsymbol{n}=4\boldsymbol{a}-\lambda\ \boldsymbol{l}$，且 $\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$ ，则 $|\boldsymbol{n}|=$

（　　）

A．2　　B．4　　C．8　　D．16

2．(2018 全国卷Ⅱ)已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=1$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1$，则 $\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=$(　　)

A．4　　B．3

C．2　　D．0

3．(2019 全国卷Ⅱ)已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,3)$，$\boldsymbol{b}=(3,2)$，则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$(　　)

A．$\sqrt{2}$　　B．2

C．$5\sqrt{2}$　　D．50

4．已知矩形 $ABCD$ 中，$|\overrightarrow{AB}|=6$，$|\overrightarrow{AD}|=4$，若点 M，N 满足$\overrightarrow{BM}=3\overrightarrow{MC}$，$\overrightarrow{DN}=2\overrightarrow{NC}$，则$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{NM}$等于(　　)

A．20　B．15　C．9　D．6

5.（2020 全国卷文）若$|\vec{a}|=\sqrt{2}$，$|\vec{b}|=2$，且$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$ 的夹角是（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

6．(多选)在△ABC 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$，在下列命题中，是真命题的为(　　)

A．若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}>0$，则△$ABC$ 为锐角三角形

B．若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，则△$ABC$ 为直角三角形

C．若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{b}$，则△$ABC$ 为等腰三角形

D．若$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0$，则△$ABC$ 为直角三角形

知识梳理

典例研究

题型一 平面向量数量积的简单应用

命题点 1　平面向量的模

例 1 (2020 全国Ⅰ)设 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为单位向量，且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=1$，则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$________.

命题点 2　平面向量的夹角

例 2 (2020·全国Ⅲ)已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=5$，$|\boldsymbol{b}|=6$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-6$，则 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\rangle$ 等于(　　)

A．$-\frac{31}{35}$　B．$-\frac{19}{35}$　C．$\frac{17}{35}$　D．$\frac{19}{35}$

命题点 3　平面向量的垂直

例 3 (2020·全国Ⅱ)已知单位向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 45°，$k\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 垂直，则 $k=$________.

变式 1. 已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{e}$ 是平面向量，$\vec{e}$ 是单位向量. 若非零向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{e}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，向量 $\vec{b}$ 满足 $\vec{b}^2-4\vec{e}\cdot\vec{b}+3=0$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|$ 的最小值是(　　)

A．$\sqrt{3}-1$　　B．$\sqrt{3}+1$　　C．2　　D．$2-\sqrt{3}$

变式 2.已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=4$，$|\boldsymbol{b}|=2\sqrt{2}$，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\pi}{4}$，$(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a})\cdot(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b})=$