江苏省百校联考高一年级第一次试卷
数学参考答案

1. B　2. D　3. D　4. C　5. B　6. D　7. A　8. C　9. AC　10. ABC　11. BCD　12. AC

13. 3　14. $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$　15. 4　16. 1;$[0,\sqrt{2}]$

17. 解:因为 $A=\{x|2x-1<0\}=(-\infty,\frac{1}{2})$,所以 $\complement_U A=[\frac{1}{2},+\infty)$. ………… 4 分

若选择①,$B=\{x|x^2+x>2\}=(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$,

所以$(\complement_U A)\cap B=(1,+\infty)$. ………… 10 分

若选择②,$B=\{x|2x^2-1\geqslant 0\}=(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}]\cup[\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$,

所以$(\complement_U A)\cap B=[\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$. ………… 10 分

18. 解:(1)原式$=8^{\frac{2}{3}}-(\frac{1}{2})^{-2}+(\frac{16}{81})^{-\frac{3}{4}}-(\sqrt{2}-1)^0$

$=(2^3)^{\frac{2}{3}}-4+[(\frac{2}{3})^4]^{-\frac{3}{4}}-1$

$=4-4+\frac{27}{8}-1$

$=\frac{19}{8}$. ………… 6 分

(2)原式$=2\lg 5+2\lg 2+\lg 5\cdot(\lg 2+1)+(\lg 2)^2$

$=2+\lg 2(\lg 5+\lg 2)+\lg 5$

$=2+\lg 2+\lg 5=3$. ………… 12 分

19. 解:(1)由条件知,关于 x 的方程 $x^2-(a+b)x+a=0$ 的两个根为 1 和 2,

所以$\begin{cases}-(a+b)=1+2,\\ a=1\times 2,\end{cases}$ ………… 2 分

解得$\begin{cases}a=2,\\ b=-5.\end{cases}$ ………… 4 分

(2)当 $b=1$ 时,$f(x)=x^2+(a+1)x+a>0$,即$(x+a)(x+1)>0$. ………… 6 分

当$-a<-1$,即 $a>1$ 时,解得 $x<-a$ 或 $x>-1$;

当$-a=-1$,即 $a=1$ 时,解得 $x\neq -1$;

当$-a>-1$,即 $a<1$ 时,解得 $x<-1$ 或 $x>-a$.

综上可知,当 $a<1$ 时,不等式的解集为$(-\infty,-1)\cup(-a,+\infty)$;

当 $a\geqslant 1$ 时,不等式的解集为$(-\infty,-a)\cup(-1,+\infty)$. ………… 12 分

20. 解:(1)由题意知,当 $m=0$ 时,$x=2$(万件),

则 $2=4-k$,解得 $k=2$,$x=4-\frac{2}{m+1}$. ………… 2 分

因为每件产品的销售价格为$\frac{12+24x}{x}$元,

所以 2020 年的利润 $y=x\cdot\frac{12+24x}{x}-8-16x-m=36-\frac{16}{m+1}-m(m\geqslant 0)$. ………… 6 分

(2)当 $m\geqslant 0$ 时,$m+1>0$,

所以$\frac{16}{m+1}+(m+1)\geqslant 2\sqrt{16}=8$,当且仅当 $m=3$ 时等号成立. ………… 8 分

所以 $y\leqslant-8+37=29$，当且仅当$\frac{16}{m+1}=m+1$，即 $m=3$ 时，$y_{\max}=29$.

故该厂家 2020 年的促销费用投入 3 万元时，厂家的利润最大为 29 万元. …………………………… 12 分

21. 解：(1)因为函数 $f(x)$满足 $f(x)+f(-x)=0$，所以 $f(x)$是定义在$(-1,1)$上的奇函数，

所以 $f(0)=0$，即 $b=0$. …………………………………………………………………………………… 2 分

又 $f(-\frac{1}{2})=-\frac{2}{5}$，所以$\frac{-\frac{1}{2}a}{(-\frac{1}{2})^2+1}=-\frac{2}{5}$，解得 $a=1$，

所以 $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$，满足 $f(-x)=\frac{-x}{(-x)^2+1}=-\frac{x}{x^2+1}=-f(x)$，

所以 $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$. ……………………………………………………………………………………… 4 分

(2)函数 $f(x)$在$(-1,1)$上为单调递增函数.

证明如下：

设$-1<x_1<x_2<1$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1}{x_1^2+1}-\frac{x_2}{x_2^2+1}=\frac{x_1(x_2^2+1)-x_2(x_1^2+1)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}=\frac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$， ………………… 6 分

因为$-1<x_1<x_2<1$，所以 $x_1-x_2<0$，$1-x_1x_2>0$，所以 $f(x_1)-f(x_2)<0$，所以 $f(x_1)<f(x_2)$，

所以函数 $f(x)$在$(-1,1)$上为单调递增函数. ………………………………………………………… 8 分

(3)由 $f(2x)+f(x-1)<0$，得 $f(2x)<-f(x-1)$.

因为 $f(x)$为奇函数，所以$-f(x-1)=f(1-x)$，

所以 $f(2x)<f(1-x)$. ………………………………………………………………………………… 10 分

因为函数 $f(x)$在$(-1,1)$上为单调递增函数，

所以$-1<2x<1-x<1$，解得 $0<x<\frac{1}{3}$.

故不等式 $f(2x)+f(x-1)<0$ 的解集为$(0,\frac{1}{3})$. …………………………………………………… 12 分

22. (1)证明：因为 $g(x)=\frac{9x-2}{x+2}$，$x\in(-\infty,-2)\cup(-2,+\infty)$，

所以 $g(-4-x)=\frac{9x+38}{x+2}$.

所以 $g(x)+g(-4-x)=\frac{9x-2}{x+2}+\frac{9x+38}{x+2}=18$，…………………………………………………… 2 分

即对任意的 $x\in(-\infty,-2)\cup(-2,+\infty)$，都有 $g(x)+g(-4-x)=18$ 成立.

所以函数 $g(x)$的图象关于点$(-2,9)$对称. ……………………………………………………………… 4 分

(2)解：因为 $g(x)=\frac{9x-2}{x+2}=\frac{-20}{x+2}+9$，易知 $g(x)$在$[0,2]$上单调递增.

所以 $g(x)$在 $x\in[0,2]$时的值域为$[-1,4]$.

记函数 $y=h(x)$，$x\in[0,2]$的值域为 A.

若对任意的 $x_1\in[0,2]$，总存在 $x_2\in[-\frac{2}{3},1]$，使得 $h(x_1)=g(x_2)$成立，则 $A\subseteq[-1,4]$.

因为当 $x\in[0,1]$时，$h(x)=x^2-mx+m+1$，

所以 $h(1)=2$，即函数 $h(x)$的图象过对称中心$(1,2)$. ………………………………………………… 6 分

(i)当$\frac{m}{2}\leqslant0$，即 $m\leqslant0$ 时，函数 $h(x)$在$(0,1)$上单调递增.

由对称性知，$h(x)$在$(1,2)$上单调递增，所以函数 $h(x)$在$(0,2)$上单调递增.

易知 $h(0)=m+1$. 又 $h(0)+h(2)=4$,所以 $h(2)=3-m$,则 $A=[m+1,3-m]$.

由 $A\subseteq[-1,4]$,得$\begin{cases}-1\leqslant m+1,\\4\geqslant 3-m,\\m\leqslant 0,\end{cases}$ 解得 $-1\leqslant m\leqslant 0$. ………………………………………………………… 8 分

(ii)当 $0<\frac{m}{2}<1$,即 $0<m<2$ 时,函数 $h(x)$在$(0,\frac{m}{2})$上单调递减,在$(\frac{m}{2},1)$上单调递增.

由对称性知,$h(x)$在$(1,2-\frac{m}{2})$上单调递增,在$(2-\frac{m}{2},2)$上单调递减,

所以函数 $h(x)$在$(0,\frac{m}{2})$上单调递减,在$(\frac{m}{2},2-\frac{m}{2})$上单调递增,在$(2-\frac{m}{2},2)$上单调递减.

所以结合对称性知,$A=[h(2),h(0)]$或 $A=[h(\frac{m}{2}),h(2-\frac{m}{2})]$.

因为 $0<m<2$,故 $h(0)=m+1\in(1,3)$.

又 $h(0)+h(2)=4$,故 $h(2)=3-m\in(1,3)$.

易知 $h(\frac{m}{2})=-\frac{m^2}{4}+m+1\in(1,2)$.

又 $h(\frac{m}{2})+h(2-\frac{m}{2})=4$,

所以 $h(2-\frac{m}{2})\in(2,3)$.

所以当 $0<m<2$ 时,$A\subseteq[-1,4]$成立. …………………………………………………………………… 10 分

(iii)当$\frac{m}{2}\geqslant 1$,即 $m\geqslant 2$ 时,函数 $h(x)$在$(0,1)$上单调递减.

由对称性知,$h(x)$在$(1,2)$上单调递减. 所以函数 $h(x)$在$(0,2)$上单调递减.

易知 $h(0)=m+1$,又 $h(0)+h(2)=4$,

所以 $h(2)=3-m$,则 $A=[3-m,m+1]$.

由 $A\subseteq[-1,4]$,得$\begin{cases}-1\leqslant 3-m,\\4\geqslant m+1,\\m\geqslant 2,\end{cases}$ 解得 $2\leqslant m\leqslant 3$.

综上可知,实数 m 的取值范围为$[-1,3]$. ……………………………………………………………… 12 分