仪征中学2019届高三数学中档题训练3　2019.9.19

班级________________　学号_________　姓名________________　成绩____________

一、填空题：

1．已知$\alpha\in(0,\dfrac{\pi}{2}),\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$，则$\sin\alpha=$__________.

2．设$f(x)$是定义在R上的奇函数，当$x<0$时，$f(x)=x+e^{x}$（e为自然对数的底数)，则$f(\ln 6)$的值为__________.

3．已知全集$U=R$集合$A=\{x|x^2-x-6<0\}$，$B=\{x|x^2+2x-8>0\}$，$C=\{x|x^2-4ax+3a^2<0\}$，若$C_U(A\cup B)\subseteq C$，则实数a的取值范围是__________.

4．已知方程$x^2-2\sqrt{m}x-2n+1=0$（其中$m>0,n>0$）有两个相等的实根，则$\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}$的最小值为__________.

5．已知$\alpha\in(0，\pi)$，$\cos\alpha=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，则$\tan(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)=$_______

6.已知菱形ABCD中，对角线AC＝$\sqrt{3}$，BD＝1，P是AD边上的动点(包括端点)，则$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$的取值范围为_______.

7．函数$f(x)=2x^2-4x+1(x\in R)$，若$f(x_1)=f(x_2)$，且$x_1>x_2$，则$\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1-x_2}$的最小值为__________.

8．　在平面直角坐标系xOy中，圆C经过M(1，3)，N(4，2)，P(1，－7)三点，且直线l：$x+ay-1=0(a\in R)$是圆C的一条对称轴，过点A(－6，a) 作圆C的一条切线，切点为B，则线段AB的长度为_______.

二、解答题：

9. 设已知 $\vec{a}=(2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}, \sin\frac{\alpha-\beta}{2})$，$\vec{b}=(\cos\frac{\alpha+\beta}{2}, 3\sin\frac{\alpha-\beta}{2})$，其中 α、$\beta\in(0,\pi)$.

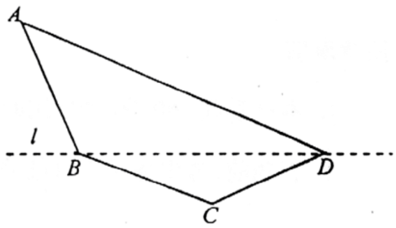
（Ⅰ）若 $\alpha+\beta=\frac{2\pi}{3}$，且 $\vec{a}=2\vec{b}$，求 α、β 的值；

（Ⅱ）若 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{5}{2}$，求 $\tan\alpha\tan\beta$ 的值.

10.某单位设计一个展览沙盘，现欲在沙盘平面内，布设一个对角线在 l 上的四边形电气线路，如图所示，为充分利用现有材料，边 BC,CD 用一根 5 米长的材料弯折而成，边 BA,AD 用一根 9 米长的材料弯折而成，要求 $\angle A$ 和 $\angle C$ 互补，且 AB=BC.

（Ⅰ）设 AB=x 米，cosA= $f(x)$,求 $f(x)$ 的解析式，并指出 x 的取值范围；

求四边形 ABCD 面积的最大值.



仪征中学 2019 届高三数学中档题训练 3　9.6

1. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　2. $\ln 6-\frac{1}{6}$　　3. $(-2,-\frac{4}{3})$　　4. $3+2\sqrt{2}$　　5 -2　　6. $[\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$

7. 2　　8. $2\sqrt{7}$

二、解答题：

9. （Ⅰ）$\because \vec{a}=2\vec{b}$，$\therefore \begin{cases} 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \\ \sin\frac{\alpha-\beta}{2}=6\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \end{cases}$，----------------2 分

$\therefore \sin\frac{\alpha-\beta}{2}=0$，$\therefore \frac{\alpha-\beta}{2}=k\pi$，----------------------4 分

而 α、$\beta\in(0,\pi)$，$\therefore \frac{\alpha-\beta}{2}\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$，$\therefore \frac{\alpha-\beta}{2}=0$，即 $\alpha=\beta$，------6 分

又 $\alpha+\beta=\frac{2\pi}{3}$，所以，$\alpha=\beta=\frac{\pi}{3}$----------------------------7 分

（Ⅱ）

$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\cos^2\frac{\alpha+\beta}{2}+3\sin^2\frac{\alpha-\beta}{2}=2\times\frac{1+\cos(\alpha+\beta)}{2}+3\times\frac{1-\cos(\alpha-\beta)}{2}$

$=\frac{5}{2}+\cos(\alpha+\beta)-\frac{3\cos(\alpha-\beta)}{2}=\frac{5}{2}$----------------------10 分

$\therefore 2\cos(\alpha+\beta)-3\cos(\alpha-\beta)=0$，即 $-\cos\alpha\cos\beta-5\sin\alpha\sin\beta=0$

$\therefore \tan\alpha\tan\beta=-\frac{1}{5}$-------------------------14 分

10.

解：（Ⅰ）在△ABD 中，由余弦定理得

$BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cdot\cos A$。

同理，在△CBD 中，$BD^2=CB^2+CD^2-2CB\cdot CD\cdot\cos C$----3 分

因为∠A 和∠C 互补。

所以 $AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cdot\cos A=CB^2+CD^2-2CB\cdot CD\cdot\cos C$

$=CB^2+CD^2+2CB\cdot CD\cdot\cos A$．---5 分

即 $x^2+(9-x)^2-2x(9-x)\cos A=x^2+(5-x)^2+2x(5-x)\cos A$．

解得 $\cos A=\frac{2}{x}$，即 $f(x)=\frac{2}{x}$，其中 $x\in(2,5)$．------- -------------------8

分

（II）四边形 ABCD 的面积

$$S=\frac{1}{2}(AB\cdot AD+CB\cdot CD)\sin A=\frac{1}{2}[x(5-x)+x(9-x)]\sqrt{1-\cos^2 A}$$

$=x(7-x)\sqrt{1-(\frac{2}{x})^2}=\sqrt{(x^2-4)(7-x)^2}=\sqrt{(x^2-4)(x^2-14x+49)}$. ------11 分

记 $g(x)=(x^2-4)(x^2-14x+49)$， $x\in(2,5)$.

由

$g'(x)=2x(x^2-14x+49)+(x^2-4)(2x-14)=2(x-7)(2x^2-7x-4)=0$，

解得：$x=4(x=7和x=-\frac{1}{2}舍)$. -------------------------------------14 分

函数 $g(x)$ 在区间（2，4）内单调递增，在区间（4，5）内单调递减

因此 $g(x)$ 的最大值为 $g(4)=12\times 9=108$.

所以 S 的最大值为 $\sqrt{108}=6\sqrt{3}$.

答：所求四边形 ABCD 面积的最大值为 $6\sqrt{3}m^2$. -------------------- 16 分