

# 2020 届高三考前调研测试

## 数学 II

(全卷满分 40 分, 考试时间 30 分钟)

2020. 06

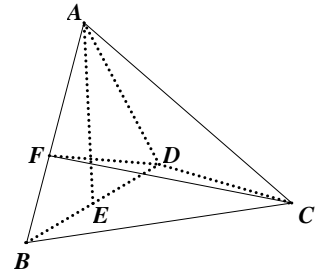
21. 已知矩阵  $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ , 求矩阵  $A$  的逆矩阵  $A^{-1}$  的特征值.

22. 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程是:  $\begin{cases} x = 2\cos\alpha, \\ y = m + 2\sin\alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数). 以  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ . 若直线  $l$  与曲线  $C$  相交于  $P$ 、 $Q$  两点, 且  $PQ = 2\sqrt{3}$ , 求实数  $m$  的值.

23. 如图, 在三棱锥  $A-BCD$  中, 已知  $\triangle ABD$ ,  $\triangle BCD$  都是边长为 2 的等边三角形,  $E$  为  $BD$  中点, 且  $AE \perp$  平面  $BCD$ ,  $F$  为线段  $AB$  上一动点, 记  $\frac{BF}{BA} = \lambda$ .

(1) 当  $\lambda = \frac{1}{3}$  时, 求异面直线  $DF$  与  $BC$  所成角的余弦值;

(2) 当直线  $CF$  与平面  $ACD$  所成角的正弦值为  $\frac{\sqrt{15}}{10}$  时, 求  $\lambda$  的值.



24. 一个笼子里关着 10 只猫, 其中有 7 只白猫, 3 只黑猫. 把笼门打开一个小口, 使得每次只能钻出 1 只猫. 猫争先恐后地往外钻. 如果 10 只猫都钻出了笼子, 以  $X$  表示 7 只白猫被 3 只黑猫所隔成的段数. 例如, 在出笼顺序为 “ $\square \blacksquare \square \square \square \square \blacksquare \square \square \blacksquare$ ” 中, 则  $X = 3$ .

(1) 求三只黑猫挨在一起出笼的概率;

(2) 求  $X$  的分布列和数学期望.