

## 高一数学午间练 (8)

1. 已知两条直线  $m, n$ , 两个平面  $\alpha, \beta$ , 给出下面四个命题:

①  $m//n, m//\alpha \Rightarrow n//\alpha$ ; ②  $\alpha//\beta, m//n, m\perp\alpha \Rightarrow n\perp\beta$ ; ③  $m\perp n, m\perp\alpha \Rightarrow n//\alpha$  或  $n\subset\alpha$ ;  
④  $\alpha\perp\beta, m//\alpha \Rightarrow m\perp\beta$ , 其中, 正确命题的个数是( ).

A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

2. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $a = 1, B = 45^\circ$ , 若  $\triangle ABC$  的面积  $S = 2$ , 则  $\triangle ABC$  的外接圆直径为( )

A.  $4\sqrt{5}$                       B. 5                      C.  $5\sqrt{2}$                       D.  $6\sqrt{2}$

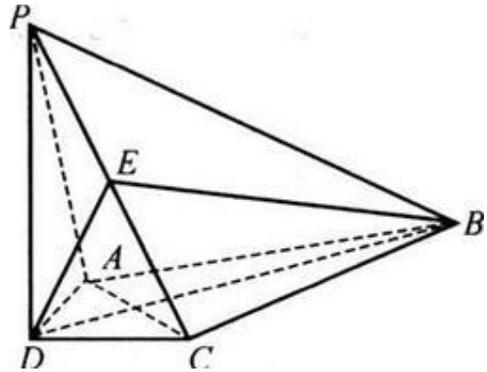
3. 过点  $M(-2,1)$  且与  $A(-1,2), B(3,0)$  两点距离相等的直线的方程为\_\_\_\_\_.

4. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $C = 120^\circ, \sin A = 2\sin B$ , 且  $\triangle ABC$  的面积为  $2\sqrt{3}$ , 则  $AB$  的长为\_\_\_\_\_.

5. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PD \perp$  平面  $ABCD, AD \perp CD, DB$  平分  $\angle ADC, E$  为  $PC$  的中点,  $AD = CD$ .

(1) 证明:  $PA//$  平面  $BDE$ ;

(2) 证明:  $AC \perp$  平面  $PBD$ .



6. 已知  $\triangle ABC$  的顶点  $A(5,1), AB$  边上的中线  $CM$  所在直线方程为  $2x - y - 5 = 0$ ,  $AC$  边上的高  $BH$  所在直线方程为  $x - 2y - 5 = 0$ . 求

(1) 顶点  $C$  的坐标;

(2) 直线  $BC$  的方程.

## 高一数学午间练（8）答案

1. B

2. C

3.  $y = 1$  或  $x + 2y = 0$

4.  $2\sqrt{7}$

5. (1)证明：设  $AC \cap BD = H$ ，连结  $EH$ 。

在  $\triangle ADC$  中， $\because AD = CD$ ，且  $DB$  平分  $\angle ADC$ ，

$\therefore H$  为  $AC$  的中点。

又由题设， $E$  为  $PC$  的中点，故  $EH \parallel PA$ 。

又  $EH \subset$  平面  $BDE$ ，且  $PA \not\subset$  平面  $BDE$ ，

$\therefore PA \parallel$  平面  $BDE$ 。

(2)证明： $\because PD \perp$  平面  $ABCD$ ， $AC \subset$  平面  $ABCD$ ， $\therefore PD \perp AC$ 。

由(1)可得， $DB \perp AC$ 。

又  $PD \cap DB = D$ ， $PD$ 、 $DB \subset$  平面  $PBD$ ，

故  $AC \perp$  平面  $PBD$ 。

6. 解：(1) 设  $C(m, n)$ ，

$\because AB$  边上的中线  $CM$  所在直线方程为  $2x - y - 5 = 0$ ， $AC$  边上的高  $BH$  所在直线方程为  $x - 2y - 5 = 0$ 。

$$\therefore \begin{cases} 2m - n - 5 = 0 \\ \frac{n-1}{m-5} \times \frac{1}{2} = -1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m = 4 \\ n = 3 \end{cases},$$

$\therefore C(4, 3)$ 。

(2) 设  $B(a, b)$ ，

$$\text{则 } \begin{cases} a - 2b - 5 = 0 \\ 2 \times \frac{a+5}{2} - \frac{1+b}{2} - 5 = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \end{cases},$$

$\therefore B(-1, -3)$ ，

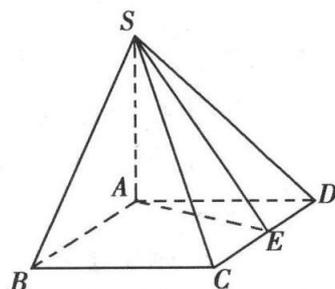
$$\therefore k_{BC} = \frac{3+3}{4+1} = \frac{6}{5},$$

$\therefore$  直线  $BC$  的方程为  $y - 3 = \frac{6}{5}(x - 4)$ ，化为  $6x - 5y - 9 = 0$ 。

## 高一数学午间练 (9)

1. 若直线 $l_1: x + ay + 6 = 0$ 与 $l_2: (a - 2)x + 3y + 2a = 0$ 平行, 则 $l_1$ 与 $l_2$ 之间的距离为( )  
 A.  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$                       B.  $4\sqrt{2}$                       C.  $\frac{8\sqrt{2}}{3}$                       D.  $2\sqrt{2}$
  
2. 对于平面 $\alpha, \beta, \gamma$ 和直线 $a, b, m, n$ , 下列选项中正确的是( )  
 A. 若 $a \perp m, a \perp n, m \subset \alpha, n \subset \alpha$ , 则 $a \perp \alpha$   
 B. 若 $a // b, b \subset \alpha$ , 则 $a // \alpha$   
 C. 若 $\alpha // \beta, \alpha \cap \gamma = a, \beta \cap \gamma = b$ , 则 $a // b$   
 D. 若 $a \subset \beta, b \subset \beta, a // \alpha, b // \alpha$ , 则 $\alpha // \beta$
  
3. 已知直线 $l: x - y - 1 = 0, l_1: 2x - y - 2 = 0$ , 若直线 $l_2$ 与 $l_1$ 关于 $l$ 对称, 则 $l_2$ 的方程是\_\_\_\_\_.
  
4. 在 $\triangle ABC$ 中,  $\sin^2 A \leq \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \sin C$ , 则 $A$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.
  
5. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 所对应的边分别为 $a, b, c$ , 且 $b \cos A = 2c \cos C - a \cos B$ .  
 (1) 求角 $C$ 的大小;  
 (2) 若 $c = 2, b^2 + c^2 = a^2 + 4a \cos A$ , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

6. 如图, 在四棱锥 $S - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $E$ 为 $CD$ 的中点,  $SA \perp$ 底面 $ABCD$ .  
 (1) 求证:  $CD \perp$ 平面 $SAE$ .  
 (2) 在侧棱 $SB$ 上是否存在一点 $F$ , 使得 $CF //$ 平面 $SAE$ ?请证明你的结论.





又  $AE \cap SA = A$ ,

$\therefore CD \perp$  平面  $SAE$ .

(2) 当点  $F$  为侧棱  $SB$  的中点时, 连接  $CF$ ,

则  $CF \parallel$  平面  $SAE$ .

证明如下:

设  $N$  为  $SA$  的中点, 连接  $NF$ ,  $NE$ , 则  $NF$  是  $\triangle SAB$  的中位线,

$\therefore NF \parallel AB$  且  $NF = \frac{1}{2}AB$ .

又  $CE \parallel AB$  且  $CE = \frac{1}{2}AB$ ,

$\therefore CE \parallel NF$  且  $CE = NF$ ,

$\therefore$  四边形  $CENF$  为平行四边形,

$\therefore CF \parallel NE$ .

$\therefore NE \subset$  平面  $SAE$ ,  $CF \not\subset$  平面  $SAE$ ,

$\therefore CF \parallel$  平面  $SAE$ .

## 高一数学午间练 (10)

1. 已知  $m, n$  为两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  为两个不同的平面, 则下列命题中正确的有 ( )

(1)  $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m // \beta, n // \beta \Rightarrow \alpha // \beta$

(2)  $n // m, n \perp \alpha \Rightarrow m \perp \alpha$

(3)  $\alpha // \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta \Rightarrow m // n$

(4)  $m \perp \alpha, m \perp n \Rightarrow n // \alpha$

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

2. 直线  $2x + 3y - 6 = 0$  关于点  $(1, -1)$  对称的直线方程是 ( )

A.  $3x - 2y - 6 = 0$

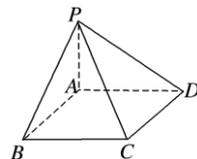
B.  $2x + 3y + 7 = 0$

C.  $3x - 2y - 12 = 0$

D.  $2x + 3y + 8 = 0$

3. 在三角形  $ABC$  中,  $B = 60^\circ, AC = \sqrt{3}$ , 则  $AB + 2BC$  的最大值为\_\_\_\_\_.

4. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ , 底面是边长为 2 的菱形, 且  $\angle ABC = 45^\circ, PA = AB$ , 则直线  $AP$  与平面  $PBC$  所成角的正切值为\_\_\_\_\_.



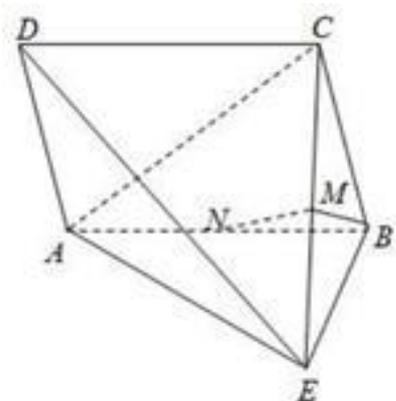
5. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且  $\cos A = \frac{1}{3}, a = 4\sqrt{2}$ .

- (1) 若  $B = \frac{\pi}{6}$ , 求  $b \cos C$  的值; (2) 若  $\triangle ABC$  的面积是  $2\sqrt{2}$ , 求  $b + c$  的值.

6. 如图, 在四棱锥  $E-ABCD$  中, 四边形  $ABCD$  为平行四边形,  $BE = BC, AE \perp BE$ ,  $M$  为  $CE$  上一点, 且  $BM \perp$  平面  $ACE$ .

(1) 求证:  $AE \perp BC$ ;

(2) 若点  $N$  在线段  $AB$  上, 且  $MN //$  平面  $ADE$ , 求证: 点  $N$  为线段  $AB$  的中点.



## 高一数学午间练（10）答案

1. B

2. D

3.  $2\sqrt{7}$

4.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. 解: (I)  $\because \cos A = \frac{1}{3}, \therefore \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ , 又知  $B = \frac{\pi}{6}$ ,

$$\therefore \cos C = -\cos(A+B) = \sin A \sin B - \cos A \cos B$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6},$$

由正弦定理得,  $\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A}$ ,

$$\text{即 } \frac{b}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}, \text{ 解得 } b = 3,$$

$$\therefore b \cos C = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2};$$

(II)  $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A$ , 由(I)知  $\sin A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} bc = 2\sqrt{2}, \therefore bc = 6,$$

由余弦定理得,  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ,

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2 - \frac{2}{3}bc = (b+c)^2 - \frac{8}{3}bc, \text{ 又 } a = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore 32 = (b+c)^2 - 16, \therefore b+c = 4\sqrt{3}.$$

6. (1) 证明:  $\because BM \perp$  平面  $ACE$ ,  $AE \subset$  平面  $ACE$ ,

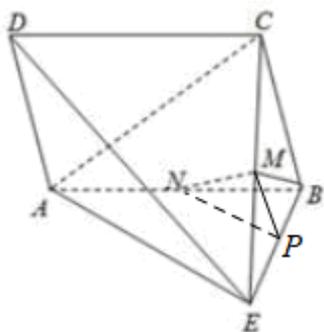
$\therefore BM \perp AE$ ,

又  $\because AE \perp BE$ ,  $BM \cap BE = B$ ,  $BM, BE \subset$  平面  $BCE$ ,

$\therefore AE \perp$  平面  $BCE$ ,  $BC \subset$  平面  $BCE$ ,

$\therefore AE \perp BC$ .

(2) 取  $BE$  中点  $P$ , 连接  $NP, MP$ ,



$\because BM \perp$  平面  $ACE$ ,  $EC \subset$  平面  $ACE$ ,  $\therefore BM \perp EC$ ,

又  $\because BE = BC$ ,  $\therefore M$  为  $BC$  中点,

$\therefore MP \parallel BC \parallel AD$ ,

且  $MP \not\subset$  平面  $ADE$ ,  $AD \subset$  平面  $ADE$ ,

$\therefore MP \parallel$  平面  $ADE$ ,

且  $MN \parallel$  平面  $ADE$ ,  $MP \cap MN = M$ ,  
 $MP, MN \subset$  平面  $MNP$ ,  
 $\therefore$  平面  $MNP \parallel$  平面  $ADE$ ,  
 $NP \subset$  平面  $MNP$ ,  
则  $NP \parallel$  平面  $ADE$ , 又因为  $NP, AE$  共面, 则  $NP \parallel AE$ ,  
又  $\because P$  为  $BE$  中点,  
 $\therefore N$  为  $AB$  中点.