

仪征中学 2021 届高三数学解答题训练 (3)

班级_____ 姓名_____ 日期_____ 得分_____

我们的目标：会做的题得全分，难做的题多得分，不会的题弄一分是一分！

17. (10 分) 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}^2 - a_n^2 = p (n \in \mathbf{N}^*, p \text{ 为常数})$, 则称数列 $\{a_n\}$ 为等方差数列, p 为公方差.
- (1) 已知数列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ 分别满足 $b_n = \sqrt{2n+1}, c_n = n$, 请判断它们是否为等方差数列? 如果是, 请证明; 如果不是, 请说明理由;
- (2) 若数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 1$, 数列 $\{S_n\}$ 是公方差为 1 的等方差数列, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. (12 分) 在① $a = \sqrt{3}$, ② $B = \frac{\pi}{4}$, ③ $c = 2b$ 这三个条件中任选两个, 补充在下面的问题中, 并解决该问题.

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $(a+b)(\sin B - \sin A) = (b-c)\sin C$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 已知_____, _____, 若 $\triangle ABC$ 存在, 求 $\triangle ABC$ 的面积; 若 $\triangle ABC$ 不存在, 说明理由.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答记分.

19. (12分)随着科技的发展,网络已逐渐融入了人们的生活.网购是非常方便的购物方式,为了了解网购在我市的普及情况,某调查机构进行了有关网购的调查问卷,并从参与调查的市民中随机抽取了男、女各100人进行分析,从而得到下表(单位:人):

	经常网购	偶尔或不用网购	总计
男性	50		100
女性	70		100
总计			

- (1) 完成上表,并根据以上数据判断能否在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下认为我市市民网购与性别有关;
- (2) ① 现从所抽取的女市民中利用分层抽样的方法抽取 10 人,再从这 10 人中随机抽取 3 人赠送优惠券,求抽取的 3 人中至少有 2 人经常网购的概率;
- ② 将频率视为概率,从我市所有参与调查的市民中随机抽取 10 人赠送礼品,记其中经常网购的人数为 X ,求随机变量 X 的数学期望和方差.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

20. (12分)如图1,在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD=2AB=2\sqrt{3}$, $\angle BAD=60^\circ$,直线 AE 与 AD 垂直,且与 DB 的延长线交于点 E , $\triangle CDF$ 为等边三角形.将 $\triangle ABE$ 沿直线 AB 折起, $\triangle CDF$ 沿直线 CD 折起,使 $EB \perp BC$,平面 $CDF \parallel$ 平面 BAE (如图2).

(1) 求证: $BD \perp$ 平面 CDF ;

(2) 求二面角 $E-AC-F$ 的余弦值.

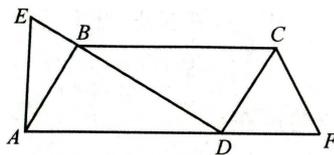


图 1

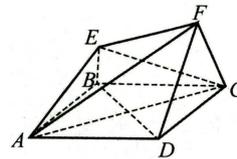


图 2

(第 20 题)

21. (12分)在直角坐标系 xOy 中,动圆 P 与圆 $Q:(x-2)^2+y^2=1$ 外切,且圆 P 与直线 $x=-1$ 相切,记动圆圆心 P 的轨迹为曲线 C .

(1) 求曲线 C 的轨迹方程;

(2) 设过定点 $S(-2,0)$ 的动直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点,试问:在曲线 C 上是否存在点 M (与 A, B 两点相异),当直线 MA, MB 的斜率存在时,直线 MA, MB 的斜率之和为定值? 若存在,求出点 M 的坐标;若不存在,请说明理由.

22. (12分)函数 $f(x)=(x-m\ln x-2)\ln x, m \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $m=1$ 时,求函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上的最小值;

(2) 讨论函数 $g(x)=f(x)+x-1$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上的零点的个数.