

江苏省仪征中学 2019—2020 学年度第一学期高三数学基础小练 4

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 评价_____

一、填空题

1、已知复数 $a+bi = \frac{5}{1-2i}$ (i 是虚数单位, $a, b \in \mathbf{R}$), 则 $a+b =$ _____.

2、函数 $f(x) = \ln(1 - \frac{1}{x-1})$ 的定义域是_____.

3、求值: $4(\cos 24^\circ \cos 26^\circ - \cos 66^\circ \sin 26^\circ) - \tan 40^\circ =$ _____.

4、已知 $2\sin \theta = 1 + \cos \theta$, 则 $\tan \theta$ 的值为_____.

5、若 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, $\tan(\alpha - \beta) = -\frac{1}{3}$, 则 $\tan(\beta - 2\alpha) =$ _____.

6、已知 $g(x) = x^3 - x^2 - x - 1$, 若对 $\forall x_1, x_2 \in [0, 2]$, 都有 $m \leq g(x_1) - g(x_2)$ 成立, 则 m 的最大值为_____.

7、已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+4) = f(x)$, 且 $x \in (0, 2)$ 时, $f(x) = x^2 + 1$, 则 $f(123)$ 的值为_____.

8、已知函数 $f(x) = 3x^3 - 9x + a$ 有两个零点, 那么实数 a 的值为_____.

9、已知实数 x, y 满足 $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$, $-\frac{\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{4}$. 若 $2 \cdot 3^x + \sin x - 2 = 0$, $9^y + \sin y \cos y - 1 = 0$, 则 $\cos(x-2y)$ 的值为_____.

10、已知函数 $f(x) = \begin{cases} a - |x+1|, & x \leq 1, \\ (x-a)^2, & x > 1, \end{cases}$ 函数 $g(x) = 2 - f(x)$, 若函数 $y = f(x) - g(x)$ 恰有 4 个零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

二、解答题.

11、已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = -7$, $\cos(\beta - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{10}$.

(1) 求 $\sin \alpha$ 的值;

(2) 求 β 的值.

12、已知函数 $f(x) = a \ln x + x$, (a 为常数)

(1) 当 $a = -2$ 时, 求函数的单调区间;

(2) 若对任意的 $x \in \left[\frac{1}{e}, e\right]$ 时, $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.