数学结构不良问题的育人价值[①]

——以高中结构不良数学问题专题复习课为例

马淑杰[1] 张景斌[2] 陈福印[3]

(1.首都师范大学教育学院 100048;2.首都师范大学教师教育学院 100048;3.中国人民大学附属中学通州校区 101100)

“问题是数学的心脏”,波利亚对数学解题的研究引起了数学教育界对问题解决的关注.1980年,美国数学教师协会公布的《行动纲领》呼吁在数学教育过程中应注重开展“问题解决”教学,之后“问题解决”逐渐成为各国中小学数学课程改革和研究的核心.

《普通高中数学课程标准(2017年版)》强调“基于数学学科核心素养的教学活动应该把握数学的本质,创设合适的教学情境、提出合适的数学问题,引发学生思考与交流,形成和发展数学学科核心素养.”可见,新课程改革更加强调数学知识、思想和方法在解决问题中的应用.教学中引入问题不只是为了复习、巩固和评估所学知识,获取新技能,而是更加强调情境性、注重在问题解决过程中,理解数学内容的本质,促进学生数学核心素养的形成和发展,实现数学学科的育人价值.

1 结构不良问题的内涵、类型与价值分析

Reitman于1965年首次从认知心理学的角度区分了结构良好问题(well-structured problem)和结构不良问题(ill-structured problem),此后很多研究者对结构良好和结构不良问题开展了大量研究.一般认为,结构良好问题是指目标(问题所要达到的目的)、条件和解法都很明确的问题,其解法往往是收敛的;结构不良问题是指上述三者至少有一个没有明确界定的问题.简单说,结构不良问题有3种情形,即:已知条件明确,目标要求不明确;或者已知条件不明确,目标要求明确;或者已知条件、目标要求都不明确.

传统数学课堂教学中,呈现给学生的问题基本上都是结构良好的问题.一方面,问题的解题目标明确;另一方面,解决问题所需要的信息,都会在已知条件中给出充分和明确的呈现.学生在解决问题时,只需要结合自己已有的知识和经验等做出抉择,只要采取了特定的解题步骤,就可以获得相应的确切答案.长此以往,学生在课堂上学到的很多知识变成了“惰性知识”,数学学科核心素养的形成和发展也很难得以落实.

与结构良好问题的解决过程相比,结构不良问题的解决过程,不再是一个纯认知的过程,需要个体将自己的认知、元认知、情感和意志融为一体,最大限度地展示人类智慧的复杂性和非线性的特征,具有重要的育人价值.首先,结构不良问题的解决,更有利于激活学生的知识网络而不只是单个知识点或多个知识点的简单累加,需要学生运用已有知识和经验进行解题认知构建,突出了问题情境和学生先前经验的重要性,体现了学生在解决问题中的中心地位.第二,结构不良问题的解决,更需要学生不断的进行分析、推理、反思,鉴别目标、条件和自己思路之间的关系,对培养学生的元认知监控能力具有重要意义.第三,结构不良问题的解决,更需要学生在情境与问题的有效互动中,多角度思考、分析和探索问题,有利于培养思维的严谨性、灵活性,形成创新精神.第四,结构不良问题的开放性、结论的不唯一性等特点,能够引导学生更客观、更全面的认识问题,对学生树立正确的价值观,培养严谨求实的科学精神,激发学习兴趣,提升学习的自信心等数学学习非认知因素具有重要意义.

① 北京市教育科学规划重点课题“指向育人价值的高中数学概念教学研究”,项目号:CDAA2020053.

开放性问题是结构不良问题中的某个或某些类型，按照命题要素分类可分为条件开放问题、策略开放问题、结论开放问题和综合开放问题. 随着课程改革的不断深入，结构不良问题的育人价值和评价功能也越来越得到重视. 王雅琪等在《基于学科能力视角的高考数学北京卷命题研究》中指出："开放试题有利于全面评价学生的数学学科核心素养与知识技能. 通过评价学生在开放性试题中的表现，可以引导学生从多角度、多层次认识问题，鼓励学生主动思考、积极探索，为不同思维层次的学生搭建个性展示的平台."

2　结构不良问题教学的实践探索

笔者在高三数学二轮复习中设计了关于结构不良数学问题的专题复习课，旨在引导学生在巩固数学基础知识、基本技能的同时，运用数学思想方法、积累数学基本活动经验、提升数学思维能力，学会数学的思考、表达、交流和反思，发展学生数学学科核心素养，从而更好地发挥数学教学的育人价值. 下面，笔者结合复习课中的几个问题及其教学片段谈一谈认识和体会，供大家参考.

2.1　目标明确(共同结论)，条件冗余(开放)的结构不良数学问题

问题 1　给出以下四个条件：①$ab>0$ ②$a>0$ 或 $b>0$ ③$a+b>2$ ④$a>0$ 且 $b>0$，其中可以作为"若 a、$b\in\mathbf{R}$，则 $a+b>0$"成立的一个充分而不必要条件的是________.

教师：同学们怎么思考这道题目？

学生 A：我认为③和④都可以.

教师：请给出理由.

学生 A：③是根据不等式的传递性，由于 $a+b>2$，$2>0$ 可知 $a+b>0$ 成立，反之不成立；④是根据不等式同向可加的性质，由 $a>0$ 且 $b>0$ 得到 $a+b>0$ 成立，反之不成立. ①和②用特殊值，举反例就可以了. 比如：取 $a=b=-1$ 否定①，取 $a=1$，$b=-2$ 否定②. 所以最终选择③和④.

教师：很好！思路清晰，正确的命题通过推理证明其正确，错误的通过举反例来否定. 其他同学还有别的方法吗？

学生 B：老师，我也同意选择③④. ①我用推理否定的，就是 $ab>0$ 说明 a 和 b 同号，当它们都是负数时，不能得出 $a+b>0$. 条件②说明 a 与 b 至少一个是正数，要使 $a+b>0$ 即 $a>-b$，否定它只需要 $a\leqslant-b$，所以取 $a=1$，$-b=2$，即 $a=1$，$b=-2$.

教师：思路也很好，他在分析过程中更好地理解了"$ab>0$ "和"$a>0$ 或 $b>0$"的本质含义……

教学设计意图

本题是一道目标明确、条件冗余的结构不良数学问题. 教学中选择这一题目除了引导学生巩固充分条件、必要条件的概念，不等式的概念、性质及其迁移运用等基础知识和基本技能之外，还希望能够在学生独立思考的基础上通过生生、师生的交流达到培养学生分析与概括、推理与论证和解释与交流等数学学科能力的目的. 笔者认为，学生这样的分析和求解过程，不但有利于数学运算、逻辑推理等数学学科核心素养的发展，还有利于多角度理解和把握数学知识的本质，培养思维的灵活性和理性精神.

问题 2　已知$\triangle ABC$ 同时满足下列四个条件中的三个：

①$\cos A=-\frac{3}{4}$；②$B=\frac{\pi}{3}$；③$a=3$；④$b=7$.

(Ⅰ)请指出这三个条件，并说明理由；

(Ⅱ)求$\triangle ABC$ 的面积.

(同学们思考一段时间后)

教师：这道题目和问题 1 类似，都是给出了冗余的条件，哪位同学说说自己的想法？

学生 C：我认为$\triangle ABC$ 应该同时满足②③④.

理由如下：

若$\triangle ABC$ 同时满足①，②，则出现矛盾.
因为 $A\in(0,\pi)$时，$y=\cos x$ 是单调递减函数，
由 $\cos A=-\frac{3}{4}<-\frac{1}{2}$，可知 $A>\frac{2}{3}\pi$.
因此 $A+B>\pi$，矛盾.
所以$\triangle ABC$ 不能同时满足①和②，
则必须同时满足③和④.
又因为 $a<b$，所以角 $A<B$，
所以$\triangle ABC$ 不满足①. (Ⅱ)(略)

教师：分析得很好. 这一题目形式上与问题 1 类似，但还是有一定区别的. 问题 1 中各条件之间各自独立，只需关注条件与结论的关系，而问题 2 是在满足$\triangle ABC$ 的条件下，更多关注条件之间的关系. 在这里，三角形的相关性质，如内角和、大边

对大角、特殊角的三角函数值以及余弦函数的单调性等在解决问题中扮演着重要的角色，所以同学们不但要掌握单一知识点，还要关注知识间的联系.此外，对于这种结构不良问题的解决，还需要同学们有意识的监控自己的解题过程，不断反思目标和过程，为自己的观点建构强有力的论据.

教学设计意图

本题仍是一个目标明确、条件冗余的结构不良数学问题.教学设计目的除了相关基础知识和基本技能的巩固以及在问题解决过程中发展学生的数学运算、逻辑推理、运用数形结合思想解决问题的能力之外，较之于结构良好问题，希望能够更好的激活学生的知识网络，引导学生在运用已有知识和经验进行解题认知构建的过程中，提升元认知监控能力.学生只有在解题中不断的进行分析、推理、反思、比较和鉴别，才能够形成正确的思路并准确地表达其思维过程.这样的问题解决过程有利于学生合乎逻辑的思维品质和理性精神的形成，对学生批判性思维的培养有一定的意义.

2.2 目标明确(共同结论)，举例开放的结构不良数学问题

问题3(北京高考2017年文理科13题)能够说明“设a,b,c是任意实数.若$a>b>c$，则$a+b>c$”是假命题的一组整数a,b,c的值依次为________.

学生D:这题答案不唯一，我的答案是:-1，-2，-3.

老师:分享一下你的思路吧.

学生D:若原命题为假，则“$a+b\leqslant c$”为真，所以使$a+b\leqslant c$成立的特殊值就是使原命题为假的特殊值，我取-1，-2，-3.

学生E:老师我是将不等式$a+b>c$等价转化为$b-c>-a$，所以要使$b-c>-a$为假命题，只要其否定$b-c\leqslant -a$成立.因为$b-c$是正数，所以a为负.这样再取特殊值，我觉得缩小了范围，更容易了.

教师:思考还可以再深入一点儿吗？范围可能还可以进一步缩小.

(学生小声儿讨论了一会儿)

学生E:老师，可以.首先a、b、c都是负数，然后只要b与c的差小于a的绝对值，这样的任意三个负数都满足题目要求，比如$a=-2$，$b=-4$，$c=-5$.

教师:这是一道需要举例说明命题为假的题目，考查同学们的证伪能力.两位同学的共同特点是运用转化思想，即将问题转化为使原命题的否定为真，然后取使其否定为真的特殊值，一定使原命题为假.

教师:同学们觉得这道题的命题背景或意图是什么？大家可以讨论讨论……

(讨论后，学生们一致认为是考查不等式的性质，具体什么性质也说不清楚.)

教师:同学们思考一下，如果将命题改为:“设a,b,c是任意实数.若$a>b>c>0$，则$a+b>c$”，命题是否成立？

学生们:成立，可以证明.

教师:那也就是说，这道题目命题的背景应该涉及不等式的一个错误推理，引导同学们在运算中要关注条件和结论的关系，要在一定条件下进行推理.

教学设计意图

本题是一个目标明确(共同结论)，举例开放的结构不良数学问题，其研究方法和解题思路也是开放的.教学设计旨在巩固命题及其真假、不等式的概念和性质及其应用等基础知识和基本技能的同时，培养学生的数学运算、逻辑推理和证伪能力.在教师的启发下，学生通过深入分析数学符号语言的含义、把握问题本质，有利于深度思维的开展.

问题4(北京高考2018年理科13题)能说明“若$f(x)>f(0)$对任意的$x\in(0,2]$都成立，则$f(x)$在$[0,2]$上是增函数”为假命题的一个函数是________.

教师:这道题考查什么知识？如何理解命题的意图？

学生F:我觉得就是考增函数的.

教师:考增函数什么？能具体点儿吗？

学生F:好像是要说明函数在区间上的函数值都比左端点的函数值大，并不能说明函数是(单调递)增的.

教师:恩，不错！你能给出这样的函数吗？

学生F:$f(x)=\sin x$.

教师:在黑板上画出了图1，并引导学生观察图象满足题目要求.

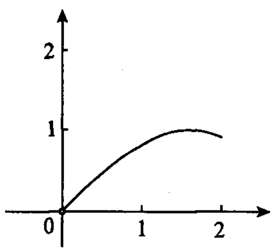

图 1

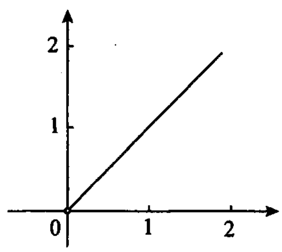

图 2

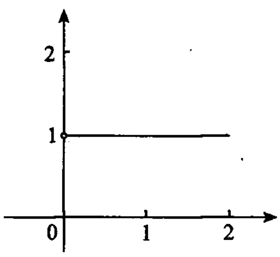

图 3

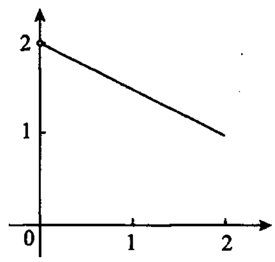

图 4

学生 G:老师,可以构造分段函数,只要不满足单调递增就可以,比如:

$$f(x)=\begin{cases}x,x\in[0,1)\cup(1,2]\\2,x=1\end{cases},$$

并(在老师的示意下)在黑板上画出了图 2.

教师:很棒.他通过构造分段函数模型解决了问题,同学们看这个函数的图象,仅仅有一个点(1,2)使得整个函数在定义域内不单调递增.那么,为什么一个点就能使得函数不单调递增了呢?

学生 G:单调递增是要求对定义域内任意两个自变量的值 x_1,x_2,当 $x_1<x_2$ 时,总有 $f(x_1)<f(x_2)$,所以只要一个点不满足条件,就不是增函数.

教师:理解得很好.同学们能构造出符合条件的分段函数是很好的.概括起来大家的思考路径基本上是两种:一是先思考满足条件的函数解析式,再画图象验证;二是先构造出符合条件的函数图象,再用符号语言表达出对应的解析式.函数图象和解析式都是表达函数的数学语言,同学们能够将二者灵活的转化会对数学思维提升有很大的促进作用,而且有利于进行数学的表达与交流.同学们试着再构造一两个符合条件的函数,体会两种数学语言的转化……

(在老师的引导下学生画出了各种符合题目要求的函数图象,如图 3、图 4,并写出相应的解析式 $f(x)=\begin{cases}1,x\in(0,2]\\0,x=0\end{cases}$ 和

$$f(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}x+2,x\in(0,2]\\0,\qquad x=0\end{cases})$$

教师:同学们揣测一下,对于这道题,命题人究竟想说明一个什么问题呢?

(学生们小声交流着,过一会儿有学生主动发言)

学生 H:我们觉得是想说明"若 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上是增函数,则对任意的 $x\in(0,2]$ 都有 $f(x)>f(0)$,反之,不成立……

教学设计意图

本题也是一个目标明确,举例开放的结构不良数学问题,其研究方法和解题思路也是开放的.教学设计的目的,一方面在于相关基础知识和基本技能的巩固和运用,另一方面是在问题的分析和解决过程引导学生体会数学符号语言和图形语言的相互转化,特别是几何直观在解决问题中的重要作用,有利于培养学生直观想象、数学建模等数学核心素养.题目中举例的开放性更容易将学生的思维打开.学生需要从已有知识结构中检索和激活相关知识和方法,并在认真思考的基础上表达自己的想法和结论,有利于使学生从被动的信息加工者变为主动的问题解决者,可以更好的落实学生学习的主体地位,也有利于教师关注学生的输出.整个问题的教学过程有利于提升学生计算与操作、分析与概括、解释与交流等数学学科能力,并使教学更加关注了学生的学,也可以更好的激发学生的数学学习兴趣.

2.3 目标(题目结论)开放,条件明确的结构不良数学问题

问题 5(北京高考 2019 年理科 17 题)改革开放以来,人们的支付方式发生了巨大转变.近年来,移动支付已成为主要支付方式之一.为了解某校学生上个月 A,B 两种移动支付方式的使用情况,从全校学生中随机抽取了 100 人,发现样本中 A,B 两种支付方式都不使用的有 5 人,样本中仅使用 A 和仅使用 B 的学生的支付金额分布情况如下:

支付金额(元) / 支付方式	(0,1000]	(1000,2000]	大于 2000
仅使用 A	18 人	9 人	3 人
仅使用 B	10 人	14 人	1 人

(1)(2)略

(3)已知上个月样本学生的支付方式在本月没有变化.现从样本仅使用 A 的学生中,随机抽查 3 人,发现他们本月的支付金额都大于 2000 元.根据抽查结果,能否认为样本仅使用 A 的学生中本月支付金额大于 2000 元的人数有变化?说明理由.

教师:请同学们分析数据所提供的信息,选择适当的方法解决问题.

(一段时间之后)

学生 I:我认为不能认为样本仅使用 A 的学生中本月支付金额大于 2000 元的人数有变化.理由是:从样本仅使用 A 的 30 个学生中,随机抽查 3 人,发现他们本月的支付金额都大于 2000 元的概率为 $p=\frac{C_3^3}{C_{30}^3}=\frac{1}{4060}$,虽然概率很小,但还是有可能发生的,发生的可能性为 $\frac{1}{4060}$.故不能认为样本仅使用 A 的学生中本月支付金额大于 2000 元的人数有变化.

学生 J:老师,我不同意他的观点.我觉得可以认为样本仅使用 A 的学生中本月支付金额大于 2000 元的人数有变化.因为概率为 $p=\frac{C_3^3}{C_{30}^3}=\frac{1}{4060}\approx 0.0002$,概率很小.一般情况下认为小概率事件在一次试验中不可能发生,一旦发生就不应该是小概率事件.故可以认为样本仅使用 A 的学生中本月支付金额大于 2000 元的人数发生变化.

教师:两位同学各有各的结论和相应的理由,其他同学怎么想?

(没有人回答,讨论的声音渐渐增大.笔者走到学生中间听他们的讨论,两种解释各有支持者,各自坚持自己的看法,又没有充足的理由推翻另外一种意见.)

教师:大家努力地想推翻另外一种意见,可都没有充足的理由,就没有想过两种情况都有可能发生,结论都是正确的吗?

学生们:还可以这样啊?

教师:我们来看,两种观点都是通过分析数据信息,通过古典概率模型计算出事件发生的概率,问题的关键在于事件发生的概率很小.一方面,从统计概率的角度,一般认为小概率事件在一次实验中不可能发生,而一旦发生就可以推断其概率不会很小,所以可以认为支付金额大于 2000 元的人数增多了,才导致 3 个人的金额全大于 2000 元这件事在一次试验中发生了.另一方面,虽然概率很小,只有大约 0.0002,但还是有发生的可能性的,因此,也可以认为没有人数变化.总之,两位同学的观点都可以.通过这一实际问题的分析,需要大家注意的是我们要学会如何根据所给数据信息,通过分析、运用已有知识和方法构建概率模型,通过整理或计算出能够帮助我们进行推断或做出相应决策的数据,只要数据和结论一致,这样的结论就是有依据或道理的,答案不一定唯一确定.

教学设计意图

本题是一道结论开放,条件明确的结构不良实际问题,其解题思路也是开放的.教学设计的目的,一方面是引导学生在提取信息、对数据进行分析的基础上,通过运用已有知识构建概率模型、进行计算,以及根据结果数据推断获取结论的过程中较好的提升数学运算、数据分析和逻辑推理等数学核心素养;另一方面是培养学生定量分析问题、基于数据表达现实问题的意识,问题结论的开放性能够引导学生更客观、更全面的认识实际问题,树立正确的价值观,培养严谨求实的科学精神.

2.4 目标(题目结论)和条件均开放的结构不良数学问题

问题 6 在下列三个条件中任选一个,补充在下面的问题中,若问题中的 k 存在,请求出 k 的值,若不存在,请说明理由.

①$b_1-b_2=a_2$,②$a_4=b_4$,③$S_5=-25$,

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,$\{b_n\}$ 是等比数列,$b_1=a_5$,$b_2=3$,$b_5=-81$,是否存在 k,使得 $S_k>S_{k+1}$ 且 $S_{k+1}<S_{k+2}$?

学生 L:因为 $\{b_n\}$ 是等比数列,$b_2=3$,$b_5=$

-81可得:$b_1=-1,q=-3$,于是 $a_5=-1$;又因为$\{a_n\}$是等差数列,条件"$S_k>S_{k+1}$且 $S_{k+1}<S_{k+2}$"的意义是数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n存在最小值且不是S_1.

首先对于等差数列而言,满足 S_n存在最小值(不是 S_1)的条件是 $a_1<0$ 且公差 $d>0$.若选择①$b_1-b_2=a_2$,则可求得 $a_1=-5,d=1$,满足 S_n存在最小值(不是 S_1),所以选择①就存在 k.

教师:其他同学有不同意见吗?

学生 M:老师,条件"$S_k>S_{k+1}$且 $S_{k+1}<S_{k+2}$"是不是还得要求 k 值唯一呀?

教师:不错.那么①能否使满足条件的 k 存在且唯一呢?

学生 L:那不能了.因为有 $a_6=0$,所以使得 $S_5=S_6$均为 S_n的最小值,k 不唯一,不存在.

教师:那条件②呢?

学生 N:我认为不行,因为由②$a_4=b_4$,得 $a_4=27>0$,而 $a_5=-1<0$,因此公差 $d<0$,S_n不存在最小值,所以不能选②

教师:③如何?

学生们:①②都不成了,③肯定成.(大家都笑了)

教师:一定吗?

学生 P:一定啊.您看由③$S_5=-25$,可求得 $a_1=-9,d=2$,从而$a_n=2n-11$.令$a_n<0$,得 $n\leqslant 5.5$,所以当 $n=5$ 时,S_n取得最小值.从而使得条件"$S_k>S_{k+1}$且 $S_{k+1}<S_{k+2}$"成立的 $k=4$.

教师:好.那同学们打算怎么完成这道题目的解答呢?

学生们:就得选③呗.

教师:如果是高考,大家也这样逐个尝试吗?解一道题用三道题的时间吗?而且命题人的初衷也不会是这样吧?

(学生们先是沉默了,过一会儿有人发言)

学生 Q:老师我们逐个分析,可以排除错的,不用都写出来,可以的.

教师:错的?你们都是这么想的吗?请大家再仔细阅读题目要求.

(学生们都默读题目,渐渐的有了交流的声音……)

学生 R:老师,就是我们选择哪个条件都可以对吗?只要计算准确,所选条件和解答相匹配就可以是吗?还可以这样?

教师:大家觉得是吗?

(学生们的讨论声音越来越大了)

教师:我们仔细阅读题目会发现,这是一道条件冗余、结论开放的结构不良试题.无论你选择哪个条件,只要方法正确、计算准确,能够合理解释结论,都是正确的……

教学设计意图

在以往的数学课堂上,条件冗余且结论开放的结构不良试题并不多见,甚至很多同学从没真正求解过.这一题目的教学设计目的除了在于对相关基础知识、基本技能以及分析问题能力、判断和推理能力等的培养之外,更重要的目的在于通过对题目的正确理解和准确求解,来培养学生多角度思考、分析和探索问题的创新精神、严谨的数学思维品质以及正确解决问题的信心和意志品质等数学学习非认知因素的培养.

3 结语

以上是笔者在数学结构不良问题教学实践中的一些尝试和体会,虽然其中还有很多认识不到位或不够全面之处,但是,我们从中可以体会到结构不良数学问题的育人价值.它不但具有一般结构良好数学问题在巩固学生"四基"、培养"四能"方面的作用,而且能够更加突出学生在解决问题中的中心地位;能够更好的激发学生主动检索和激活已有知识和经验、多角度、多层次认识问题和思考问题、把握问题的本质;对培养学生的元认知监控能力、逻辑思维能力和批判性思维能力以及对激发学生数学学习兴趣和探究意识、树立正确的价值观等具有重要意义.总之,结构不良数学问题的教学能够更好的提升学生的数学学科能力,发展数学核心素养,实现数学的育人价值.

参考文献

[1]Paul. R. Halmos. 数学的心脏[J]. 弥静,译. 数学通报,1982(4)

[2]斯海霞. 基于结构不良问题解决的数学学习环境设计[J]. 外国中小学教育,2012(10):46-53

[3]中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版)[M]. 北京:人民教育出版社,2018:81

[4]李同吉,吴庆麟. 论解决结构不良问题的能力及其培养[J]. 华东师范大学学报(教育科学版),2006(1):62-68

(下转第 52 页)

现的那些对数式的值,只要在手机屏幕上轻松点击数下,就可以得到精确度极高的结果,如今,中学生学习这一知识的意义究竟何在?

3.1　黑暗与曙光

每次在高一讲解对数运算性质这一内容的时候,我都会比较茫然,站在学生的角度,总会提出这样的问题——究竟是如何想到对数具有这样的性质的呢?虽然现代技术手段越来越发达了,但是如果我们仅是通过科学技术手段让学生知道这个结论,然后不断操练熟悉这个结论吗?有很长的一段时间,我都在不断追问这个问题,终于当我在翻阅对数知识的发展历程时,找到了解决的方法——回到对数发展的起点,让学生在课堂上感受一次从纷繁复杂的数据中寻找数量之间关系的过程.

3.2　选择与放弃

虽然我终于找到了教学设计的方向,但是面对纷繁复杂的素材,如何能在一堂课的时间里把这些内容用合适的方式呈现出来,又成了我面前的一个难题.比如,纳皮尔在研究对数的过程中,投入了很多的精力,他将长达近20年的业余时间都奉献给了对数运算,得到了许多有价值的结果,还有很多数学家为了对数计算能够更加便捷,还制作了一些运算的工具,……但这些内容比较适合由老师直接呈现,学生无法参与其中,这样的课堂只是陈述事实的讲堂,怎样才能让学生动起来呢?带着这个问题,我从大量的实际背景中选定了两个材料:一个是德国数学家斯蒂费尔对于整数性质的研究,一个是在对整数性质分析的基础上,借助数学用表,推广到对一般数据运算的分析.

3.3　收获与遗憾

我们已经进入大数据时代,每天都有海量的数据被记录下来,我们将要面对的世界比几百年前的世界更加复杂,虽然随着科学技术的不断进步,我们进行数据分析的工具更加先进了,但是我们分析数据的能力是不是也在不断进步呢?在数学的课堂上,教师带着学生一起学习这些"古老"的知识不是用它们来填装我们的大脑,而是希望能通过切实的体验,丰富学生处理问题的经验,当学生面对新的世界,遭遇新的问题时,他们可以尝试找到方法来解决.社会的不断进步,要求我们的学生能够有解决新困难的勇气和方法,这才是真正的学习.一节课的时间是非常有限的,教学设计的有效达成,还需要考虑学生的课堂状态,因此本节课中留给学生体验和考察数据之间关系的过程还略显仓促,如果能有更充裕的时间会更好.另外,随着课程教学改革的不断深入,加强学生对数据分析能力的培养也不是一节课就能够实现的,这需要教师对课程教学有整体的规划和研究.

参考文献

[1] 张萍."对数的概念"教学设计[J].数学通报,2014,53(4):28—33

[2] 黎渝 陈梅.不可思议的自然对数[M].北京:人民邮电出版社,2016

[3] 数学手册编写组.数学手册[M].北京:人民教育出版社,1979

(上接第45页)

[5] Newell, A. and Simon, H. A., Human Problem Solving [M], Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ. 1972

[6]鲁志鲲,申继亮.结构不良问题解决及其教学涵义[J].中国教育学刊,2004(1):44—47

[7]鲁志鲲,申继亮.结构不良问题解决及其教学涵义[J].中国教育学刊,2004(1):44—47

[8]Foong P Y. Using short open-ended mathematics questions to promote thinking and understanding [A]. Proceedings of the 4th International Conference on The Humanistic Renaissance in Mathematics Education[C]. Palermo, Italy, 2002:135—140.

[9]戴再平.开放题:数学教学的新模式以[M].上海:上海教育出版社,2004:40—50

[10]王雅琪,汪燕铭,曹辰.基于学科能力视角的高考数学北京卷命题研究[J].中国考试,2019(10):53—58

[11]綦春霞,何声清.基于"智慧学伴"的数学学科能力诊断及提升研究[J].中国电化教育,2019(2):52—54