

# 分析教材变化 改进教学方法

## ——以“立体几何初步”单元教学为例

安徽省合肥市第七中学 王世朋 钱良辰 马萧萧 (邮编:230088)

**摘要** 在立体几何初步学习中,学生常因缺少有效的学法感觉困难重重,教学中,教师困于教材内容整体结构理解不足难以教透彻.本文从新旧教材宏观和微观对比入手,基于学生认知基础,提出整体把握教材、形成研究路径,深刻理解教材、实施教学设计,灵活使用素材、突破教学难点的教学建议.

**关键词** 教材对比;立体几何;单元教学策略

### 1 问题提出

高中立体几何学习是对初中平面几何思想方法的延续,不同的是研究对象发生了变化,特别是要在一张纸上处理空间图形,借助“理念作图”展开思考,对直观想象、逻辑推理和数学运算等方面的要求都大大提高<sup>[1]</sup>.鉴于这部分内容在高一第二学期就学,与以往在高二学习相比,学生的抽象概括能力与运算、推理能力整体弱很多.当前如

何进行学法指导,弥补这种能力不足,显得至关重要.同时,因教材结构的调整,尤其是把原来空间几何体和点、直线、平面之间的位置关系两章内容整合为立体几何初步一章,如何把握好教学方法,提升单元教学的质量是非常有价值的研究.

### 2 教材内容对比

#### 2.1 宏观变化

##### 2.1.1 结构编排变化

	旧教材(必修2)	新教材(必修第二册)
第一章 空间几何体	1.1 空间几何体的结构 1.1.1 柱、锥、台、球的结构特征 1.1.2 简单组合体的结构特征 1.2 空间几何体的三视图和直观图 1.2.1 中心投影与平行投影 1.2.2 空间几何体的三视图 1.2.3 空间几何体的直观图 1.3 空间几何体的表面积和体积 1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积 1.3.2 球的体积与表面积	8.1 基本立体图形(1.棱柱,2.棱锥,3.棱台,4.圆柱,5.圆锥,6.圆台,7.球,8.简单组合体) 8.2 立体图形的直观图 8.3 简单几何体的表面积和体积 8.3.1 棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积 8.3.2 圆柱、圆锥、圆台、球的表面积和体积 8.4 空间点、直线、平面之间的位置关系 8.4.1 平面 8.4.2 空间中点、直线、平面之间的位置关系 8.5 空间直线、平面的平行 8.5.1 直线与直线平行 8.5.2 直线与平面平行 8.5.3 平面与平面平行 8.6 空间直线、平面的垂直 8.6.1 直线与直线垂直 8.6.2 直线与平面垂直 8.6.3 平面与平面垂直
第二章 点、线、面之间的位置关系	2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系 2.1.1 平面 2.1.2 空间中直线与直线之间的位置关系 2.1.3 空间中直线与平面之间的位置关系 2.1.4 平面与平面之间的位置关系 2.2 直线、平面平行的判定及其性质 2.2.1 直线与平面平行的判定 2.2.2 平面与平面平行的判定 2.2.3 直线与平面平行的性质 2.2.4 平面与平面平行的性质 2.3 直线、平面垂直的判定及其性质 2.3.1 直线与平面垂直的判定 2.3.2 平面与平面垂直的判定 2.3.3 直线与平面垂直的性质 2.3.4 平面与平面垂直的性质	8.4 空间点、直线、平面之间的位置关系 8.4.1 平面 8.4.2 空间中点、直线、平面之间的位置关系 8.5 空间直线、平面的平行 8.5.1 直线与直线平行 8.5.2 直线与平面平行 8.5.3 平面与平面平行 8.6 空间直线、平面的垂直 8.6.1 直线与直线垂直 8.6.2 直线与平面垂直 8.6.3 平面与平面垂直

**结论** 新教材删去了中心投影、平行投影及三视图内容,按照多面体和旋转体分类把表面积及体积分开探究.在平面性质内容里把原来三个公理变为三个基本事实.把线面平行的判定→面

面平行的判定→线面平行的性质→面面平行的性质变为线线平行(基本事实4)→线面平行(判定、性质)→面面平行(判定、性质).把线面垂直的判定→面面垂直的判定→线面垂直的性质→面面垂

直的性质变为线线垂直(线线角)→线面垂直(判定、线面角、性质)→面面垂直(二面角、判定、性质). 还增添了文献阅读与数学写作内容. 相比较

来说,新教材知识结构更加合理,框架更加清晰,更加关注学生认知水平,知识逻辑链.

### 2.1.2 例、习题量变化

章节名	例题		练习和习题	
	旧教材	新教材	旧教材	新教材
空间几何体的结构/基本立体图形	0	2	10	18
空间几何体的三视图和直观图/立体图形的直观图	2	4	17	13
空间几何体的表面积和体积/简单几何体的表面积和体积	4	4	14	17
空间点、直线、平面之间的位置关系	4	2	19	18
直线、平面平行的判定及其性质/空间直线、平面的平行	6	5	18	27
直线、平面垂直的判定及其性质/空间直线、平面的垂直	4	10	21	41
章末复习			14+12	16
总计	20	27	125	150

	判断题	选择题	填空题	计算题	证明题	简答题	作图题	探究题	总计
旧教材	7	11	8	31	34	14	22	11	138
占比	5.07	7.97	5.8	22.46	24.64	10.14	15.94	7.98	
新教材	14	11	11	26	49	16	22	19	168
占比	8.33	6.54	6.55	15.48	29.12	9.52	13.1	11.36	

**结论** 习题从旧教材的A、B组设置变为复习巩固—综合应用—拓广探索,题目梯度更加清晰. 根据数量统计对比发现,例题、练习和习题两方面新教材基本上题量多于旧教材,尤其是直线、平面垂直部分题量增幅一倍多. 证明题、探究题占比明显增加. 从例、习题数量对比发现,新教材在空间垂直难点的突破上做的引导和铺垫,教学中要引起师生的关注. 在概念辨析的判断题、证明题和探究题上也做了很多改变,比例的提升实际上体现了新教材充分考虑了学生高一学生学习立体几何与高二学习立体几何的年龄差异,也体现了培养学生严密、探究和创新思维能力的重要性. 因此,立体几

何教学中教师要共同用好课本中的例习题.

## 2.2 微观变化

### 2.2.1 情境变化

空间几何体部分两教材课本情境几乎一样. 在点、线、面位置关系部分中直线、平面平行中,新教材增添了现实情境中的门扇和水平仪,在直线、平面垂直中,新教材删去了大桥桥柱与水面位置关系、水坝面和水平面所成角度、卫星轨道平面与地面赤道平面所成角度,调整为用铅锤检测所砌墙面与地面是否垂直,使得情境更加贴近学生的生活,有利于激发学生学习的热情.

### 2.2.2 概念变化

概念	旧教材	新教材
旋转体	把由一个平面图形绕它所在平面内的一条直线旋转成的封闭几何体叫做旋转体.	一条平面曲线(包括直线)绕它所在平面内的一条定直线旋转所形成的的曲面叫做旋转面,封闭的旋转面围成的几何体叫做旋转体.
直棱柱		侧棱垂直于底面的棱柱
斜棱柱		侧棱不垂直于底面的棱柱
正棱柱		底面是正多边形的直棱柱
平行六面体		底面是平行四边形的四棱柱
正棱锥		底面是正多边形,并且顶点与底面中心的连线垂直于底面的棱锥
球	以半圆的直径所在直线为旋转轴,半圆面旋转一周形成的旋转体叫做球体,简称球. 半圆的圆心叫做球的球心,半圆的半径叫做球的半径,半圆的直径叫做球的直径.	半圆以它的直径所在直线为旋转轴,旋转一周形成的曲面叫做球面,球面所围成的旋转体叫做球体,简称球. 半圆圆心叫做球心;连接球心和球面上任意一点的线段叫做球的半径;连接球面上两点且经过球心的线段叫做球的直径.

点到平面的距离	过一点垂直于已知平面的直线,则该点与垂足间的线段,叫做这个点到该平面的垂线段.垂线段的长度叫做这个点到该平面的距离.
直线到平面的距离	直线与平面平行时,直线上任意一点到平面的距离叫做直线到平面的距离.
平行平面间的距离	两平面平行时,平面上任意一点到平面的距离,叫做两个平行平面间的距离.
旧教材中公理在新教材中称为基本事实	

### 2.2.3 教法变化

(1)以实物模型和长方体为载体,理解基本立体图形以及位置关系,发展学生的数学抽象素养.分析具体事物共同特点,分析抽象出本质属性.例如,借助茶叶盒、篮球足球等引导学生观察结构特征,观察组成它们的面的形状,面间关系,抽象出本质.再如,借助长方体研究空间点、线、面之间的位置上关系,同时借助它研究空间直线、平面的平行及垂直关系.利用学生身边的事物,加强直观性,以更好地培养学生的直观想象素养.

(2)重视研究方法引导,让学生体会研究立体几何的一般思路和方法.以8.5直线、平面平行为例.本节是按照线线平行、线面平行、面面平行研究过程展开,重点研究平行传递性,等角定理及平行的判定、性质.判定是充分条件,性质是必要条件,图形的性质和判定之间存在互逆关系,可以成为发现问题和提出问题的起点.本节按照“直观感知——操作确认——思辨论证”的认识过程展开.经历观察、实验、猜想的合情推理活动之后,概括出相关结论,在对结论进行演绎推理和逻辑论证.

(3)控制教学难度,循序渐进培养逻辑推理能力.为了以后学习需要,教材中增添了直棱柱、斜棱柱、正棱柱、平行六面体概念,其他概念无需再补充,如正棱台.对于棱台体积计算,采用先给出公式,等学习了直线与平面垂直之后给出推导.球的体积,课本采用“分割,近似代替,求和,取极限”的思想由表面积公式推出体积公式,这只是让学生体验这一过程.结合点、线、面位置关系,加强文字语言、图形语言、符号语言的相互转化,为后面推理做铺垫.在之后的概念、判定、性质综合应用中,训练推理证明的基本技能,关注基本图形的作用,从基本图形到变式图形,再到复杂图形.

(4)借助信息工具,增加图形直观性.信息技术工具可以提供一个仿真的三维空间学习环境,帮助学生认识空间立体图形,发现位置关系,为理解几何图形提供直观.例如,教材习题8.1,第3题,汽车轮胎.可以借助技术软件(如GeoGebra软件)绘画出3D动态图形.同时也可以让学生动手操作,不仅加深学生对相关知识理解,也可以培养学生动手实践能力,提高学生学习兴趣.

### 2.2.4 学法变化

教材设置了多个实际操作案例,鼓励学生动手操作,增强数学抽象和直观想象能力.通过学生看图、作图和用图提升立体几何解题能力,提升直观想象和逻辑推理素养.教材还增添了文献阅读和数学写作栏目,引导学生阅读一些数学科普类书籍,甚至是专业的论文和著作,了解数学发展史和数学文化,初步熟悉论文撰写方法.

## 3 学生认知基础分析

### 3.1 知识与技能

在学习立体几何之前,学生有初中平面几何的学习经验,有作图、推理、证明的基本训练.通过以前的学习学生已经初步认识了一些常见的几何体,结合研究初中平面几何的套路,能有大致研究立体几何的思路,但是不清楚用什么主线研究和思考,对学生如何画出具有立体感的几何体以及空间想象能力都明显感觉不足.这些都需要按照几何学习流程进行深入、系统地研究.

### 3.2 基本活动经验

立体几何初步的学习,其认知基础是初中平面几何线、角、三角形、平行四边形等研究经验.然而在立体图形学习中,对于几何体结构特征的抽象与几何体的分类学生缺少归纳、提炼和总结的经验,加上立体几何“直观图”的作图技能没有,又由于新教材把立体几何内容调整到高一学习,学生的直观想象能力有一定的欠缺,学生应用逻辑推理的方法证明立体几何问题的能力也不强.

#### 4 教学方法建议

理解教材、了解学情为学习方案的制定打下了良好的基础,通过教材的变化、对比,为教法的调整提供了依据,明确了方向.基于教学实践与思考,提出以下教学方法建议,供大家参考.

##### 4.1 整体把握教材,形成研究路径

教材是教与学中最重要资源,通过新旧教材结构编排、情境与概念对比发现,新教材知识更连贯、结构性、系统性更强.教学中我们不难发现立体几何的研究是由外而内的,常采用从特殊到一般的研究策略.具体而言,新教材研究立体几何的路径在于:立体几何结构特征的定义和分类都是利用组成图形的基本元素的形状和位置作为刻画方式处理.在点、线、面的位置关系研究时都是通过基本图形组成元素的相互关系定义它们的位置关系<sup>[2]</sup>.在平行、垂直的研究中都是采用从公共点个数和角的刻画方式来展开知识的学习、探究.对于定义、性质和判断的学习可理解为寻找“充要条件”“充分条件”和“必要条件”.

巡着教材研究立体几何的路径,合理推进几何图形及其性质的探索,学生将学会直观感知、操作确认、推理论证和度量计算等主要研究方法.而这些探究问题的基本路径和方法,也会反哺于研究者本身,利于他们掌握知识的抓手、能力的内核,这样举一反三,立体几何初步的研究脉络就被轻松突破.

##### 4.2 深刻理解教材,实施教学设计

抓好大结构,厘清细逻辑是理解教材的核心指标,是有效实施单元教学的关键.在实际教学设计中,需要教师认真理解编者意图,能把知识的系统性呈现好,同时理解清楚知识间的前后逻辑关系.具体实施教学设计按照教材编排方式,操作如下:通过章引言的教学,整体把握本单元学习的主要内容,明确大问题.进一步通过节引言学习,细化每节学习目标,实现大问题分解为具体的小问题.借助贴近学生生活背景的真情境,激发学生学习热情,通过模型直观感知,抽象概括产生相关概念和结论,再辅以推理论证或辨析,实现从感性到理性的思维训练,结合例习题进行学习成果的诊断,最后借助单元小结实现知

识发生过程的回顾与思想方法的提炼,让学习在自然而然中发生,让能力在循序渐进中提升,实现高效学习.

对于“立体几何初步”一章,学会用数学的眼光发现现实世界中的物体形状的差异,进一步提出空间几何体的结构特征、画法与表面积、体积问题,运用数学思维去思考发现构成几何体的元素,就点、直线与平面,自然提出元素间的相关关系,进一步学习用规范语言如何刻画和判断存在的关系.知识的发生和产生在课堂中越自然,越利于把握知识的整体性,认清知识结构,找准逻辑关系,抓住数学教学的“序”.

##### 4.3 灵活使用素材,突破教学难点

为了让核心素养在课堂中落地生根,教材中增加了丰富的素材,只有教学中关注到且有效利用起来,课堂的教学方式就会发生变化,学生的关键能力才会得以提升.在教学中,通过章引言和节引言明确教学目标,借助身边的真实情境提出问题,借已有的活动经验进行探索,不断地通过数学抽象、直观想象与逻辑推理,积累一类问题的研究策略.通过对课本“三种”语言的转换学习,增强学生几何空间想象能力与抽象概括能力,培养用“几何”的语言描述问题.通过课本例题的分析与规范表达,积累解答几何问题的经验,先把文字语言转化为图形语言再转化为符号语言,反过来通过符号语言又可以回归到图形和文字语言.每小节结束,通过练习和习题,进一步达到辨析概念、强化定理的理解与运用,完成课堂教学的学和评的一致性.最后通过单元小结,增强知识的系统性、实现知识发生过程的再现,有利于完成认知、形成经验.

#### 参考文献

- 1 章建跃.在一般观念引领下探索空间几何图形的性质——“立体几何初步”内容分析与教学思考[J].数学通报,2021(2):11-15.
- 2 章建跃.在一般观念引领下探索空间几何图形的性质——“立体几何初步”内容分析与教学思考(续)[J].数学通报,2021(3):2-7.

(收稿日期:2021-08-18)