# 江苏省仪征中学 2018-2019 学年度第二学期

## 高一数学晚练（10）

**一、选择题（本大题共 3 小题，共 15 分）**

1、下列说法中正确的是(　　　)

A. 经过两条平行直线，有且只有一个平面

B. 如果两条直线平行于同一个平面，那么这两条直线平行

C. 三点确定唯一一个平面

D. 如果一个平面内不共线的三个点到另一平面的距离相等，则这两个平面相互平行

2、以下命题中真命题的个数是(　　　)

(1)若直线 $l$ 平行于平面 $\alpha$ 内的无数条直线，则直线 $l // \alpha$；

(2)若直线 $a$ 在平面 $\alpha$ 外，则 $a // \alpha$；

(3)若直线 $a // b, b \subset \alpha$，则 $a // \alpha$；

(4)若直线 $a // b, b \subset \alpha$，则 $a$ 平行于平面 $\alpha$ 内的无数条直线.

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

3、已知$\triangle ABC$中，内角 $A$，$B$，$C$ 所对边分别为$a,b,c$，若 $A=\frac{\pi}{3}$，$b=2a\cos B$，$c=1$，则$\triangle ABC$的面积等于(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　　　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　　　C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$　　　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**二、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）**

4、下列说法中正确的有________.

①如果一条直线垂直于一个平面内的无数条直线，那么这条直线就与这个平面垂直.

②过一点有且只有一条直线和已知直线垂直.

③若 $A$，$B$ 两点到平面 $\alpha$ 的距离相等，则直线 $AB// \alpha$.

④已知直线 $a$ 在平面 $\alpha$ 内，若 $l\perp \alpha$，则 $l\perp a$.

5、在△$ABC$ 中，角 $A,B,C$ 的对边分别是 $a,b,c$，若 $\sin A=\sqrt{3}\sin C$，$B=30^\circ$，$b=2$，

则△$ABC$ 的面积是________

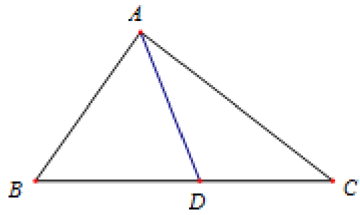
6、下列命题正确的是_______

①过直线外一点可作无数条直线与已知直线成异面直线.

②分别与两条异面直线 $a, b$ 都相交的两条直线 $c, d$ 一定异面.

③若 $a // b$，$c \perp a$ 则 $b \perp c$.

④若 $c \perp a$，$b \perp c$ 则 $a // b$.



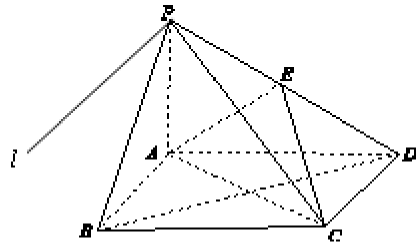

7、如图，在$\triangle ABC$中，已知$B=45^\circ$，$D$是 $BC$ 上一点，$AD=10$，$AC=14$，$DC=6$，则$AB=$ ______

三、解答题（本大题共 3 小题，共 36 分）

8、如图，四棱锥$P-ABCD$中，底面 $ABCD$ 为矩形，$PA\perp$平面 $ABCD$，$E$ 为 $PD$ 的中点.

（1）证明：$PB//$平面 $AEC$;

（2）平面$PCD\cap$平面$PAB=l$，求证$CD//l$.




9、在$\triangle ABC$中，已知$(\sin A+\sin B+\sin C)(\sin B+\sin C-\sin A)=3\sin B\sin C$.

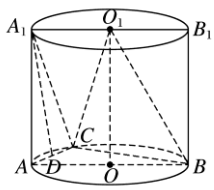
（1）求角 $A$ 值;

（2）求$\sqrt{3}\sin B-\cos C$的最大值.

10、如图所示，平面 $ABB_1A_1$ 为圆柱 $OO_1$ 的轴截面，点 $C$ 为底面圆周上异于 $A$，$B$ 的任意一点.

(1)求证：$BC\perp$平面 $A_1AC$;

(2)若 $D$ 为 $AC$ 的中点，求证：$A_1D//$平面 $O_1BC$.



# 江苏省仪征中学 2018-2019 学年度第二学期

## 高一数学晚练（10）答案

**一、选择题（本大题共 3 小题，共 15 分）**

1、下列说法中正确的是（　　*A*　　）

A. 经过两条平行直线，有且只有一个平面

B. 如果两条直线平行于同一个平面，那么这两条直线平行

C. 三点确定唯一一个平面

D. 如果一个平面内不共线的三个点到另一平面的距离相等，则这两个平面相互平行

2、以下命题中真命题的个数是（　*A*　　　）

(1)若直线 $l$ 平行于平面 $\alpha$ 内的无数条直线，则直线 $l // \alpha$；

(2)　若直线 $a$ 在平面 $\alpha$ 外，则 $a // \alpha$；

(3)若直线 $a // b, b \subset \alpha$，则 $a // \alpha$；

(4)若直线 $a // b, b \subset \alpha$，则 $a$ 平行于平面 $\alpha$ 内的无数条直线.

A. 1　　　B. 2　　　C. 3　　　D. 4

3、已知△$ABC$ 中，内角 $A$，$B$，$C$ 所对边分别为 $a,b,c$，若 $A=\frac{\pi}{3}$，$b=2a\cos B$，$c=1$，则△$ABC$ 的面积等于（　B　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　　C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$　　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、**填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）**

4、下列说法中正确的有____④____.

①如果一条直线垂直于一个平面内的无数条直线，那么这条直线就与这个平面垂直.

②过一点有且只有一条直线和已知直线垂直.

③若 $A$，$B$ 两点到平面 $\alpha$ 的距离相等，则直线 $AB// \alpha$.

④已知直线 $a$ 在平面 $\alpha$ 内，若 $l \perp \alpha$，则 $l \perp a$.

5、在△$ABC$ 中，角 $A,B,C$ 的对边分别是 $a,b,c$，若 $\sin A=\sqrt{3}\sin C$，$B=30^\circ$，$b=2$，则△$ABC$ 的面积是____$\sqrt{3}$_____

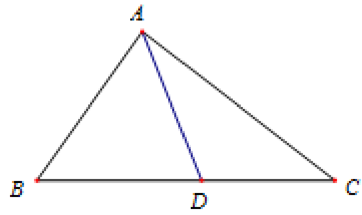
6、下列命题正确的是_①③______

①过直线外一点可作无数条直线与已知直线成异面直线.

②分别与两条异面直线 $a$，$b$ 都相交的两条直线 $c$，$d$ 一定异面.

③若 $a // b$，$c \perp a$ 则 $b \perp c$.

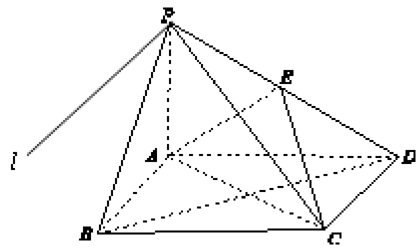
④若 $c \perp a$，$b \perp c$ 则 $a // b$.




7、如图，在$\triangle ABC$中，已知$B = 45^\circ$，$D$ 是 $BC$ 上一点，$AD = 10$，$AC = 14$，$DC = 6$，则$AB =$ __$5\sqrt{6}$____

三、解答题（本大题共 3 小题，共 36 分）

8、如图，四棱锥$P-ABCD$中，底面 $ABCD$ 为矩形，$PA \perp$平面 $ABCD$，$E$ 为 $PD$ 的中点.




(1)证明：$PB //$平面 $AEC$；

(2)平面$PCD \cap$平面$PAB = l$，求证$CD // l$.

【答案】解：(1)证明：设 $BD$ 与 $AC$ 的交点为 $O$，连接 $EO$，

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $O$是 $BD$ 的中点，

又 $E$ 是 $PD$ 的中点，

∴ $PB // EO$，又$EO \subset$平面 $AEC$，$PB \not\subset$ 平面 $AEC$，

∴ $PB //$平面 $AEC$；

(2) ∵ $CD // AB$，易证$CD //$平面 $PAB$，

又因为$CD \subseteq$平面 $PCD$，且平面$PCD \cap PAB = l$，

∴平$CD // l$.

9、在$\triangle ABC$中，已知$(\sin A + \sin B + \sin C)(\sin B + \sin C - \sin A) = 3\sin B\sin C$.

(1)求角 $A$ 值；

(2)求$\sqrt{3}\sin B - \cos C$的最大值.

【答案】解：(1)因为$(\sin A + \sin B + \sin C)(\sin B + \sin C - \sin A) = 3\sin B\sin C$，

由正弦定理，得$(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$，所以$b^2 + c^2 - a^2 = bc$，

所以$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{1}{2}$，因为$A \in (0,\pi)$，所以$A = \frac{\pi}{3}$；

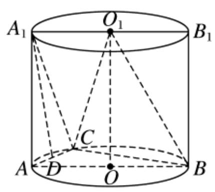
(2)由$A = \frac{\pi}{3}$，得$B + C = \frac{2\pi}{3}$，所以$\sqrt{3}\sin B - \cos C = \sqrt{3}\sin B - \cos(\frac{2\pi}{3} - B)$

$= \sqrt{3}\sin B - (-\frac{1}{2}\cos B + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin B) = \sin(B + \frac{\pi}{6})$，

因为$0 < B < \frac{2\pi}{3}$，所以$\frac{\pi}{6} < B + \frac{\pi}{6} < \frac{5\pi}{6}$，

当$B + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$，即$B = \frac{\pi}{3}$时，$\sqrt{3}\sin B - \cos C$的最大值为 1.

10、如图所示，平面 $ABB_1A_1$ 为圆柱 $OO_1$ 的轴截面，点 $C$ 为底面圆周上异于 $A$，$B$ 的任意一点.




(1)求证：$BC \perp$平面 $A_1AC$；

(2)若 $D$ 为 $AC$ 的中点，求证：$A_1D //$ 平面 $O_1BC$.

**证明** (1)∵$AB$ 为⊙$O$ 的直径，点 $C$ 为⊙$O$ 上的任意一点，∴$BC \perp AC$.

又在圆柱 $OO_1$ 中，$AA_1 \perp$底面⊙$O$，∴$AA_1 \perp BC$，

又 $AA_1 \cap AC = A$，

$\therefore BC \perp$ 平面 $A_1AC$.

(2)取 $BC$ 的中点 $E$，连结 $DE$，$O_1E$，

$\because D$ 为 $AC$ 的中点，

$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中，$DE /\!/ AB$，且 $DE = \frac{1}{2}AB$，

又在圆柱 $OO_1$ 中，$A_1O_1 /\!/ AB$，且 $A_1O_1 = \frac{1}{2}AB$，

$\therefore DE /\!/ A_1O_1$，$DE = A_1O_1$，

$\therefore$ 四边形 $A_1DEO_1$ 为平行四边形，$\therefore A_1D /\!/ EO_1$.

而 $A_1D \not\subset$ 平面 $O_1BC$，$EO_1 \subset$ 平面 $O_1BC$，

$\therefore A_1D /\!/$ 平面 $O_1BC$.