平面向量的数量积（5）

考点三.与多边形的综合问题

例 3. 已知O是ΔABC所在平面内的任意一点，满足$\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，则$\Delta AOB$的面积与$\Delta AOC$的面积的比为________.

变式.已知 O，N，P 在 $\triangle ABC$ 所在平面内，且 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$，$\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=0$，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}$，则点 O，N，P 依次是 $\triangle ABC$ 的(　　)（注：三角形的三条高线交于一点，此点为三角型的垂心）

A．重心，外心，垂心　　B．重心，外心，内心

C．外心，重心，垂心　　D．外心，重心，内心

例 4.已知点P为$\triangle ABC$所在平面内一点，且满足$\overrightarrow{AP}=\lambda(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|\cos B}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|\cos C})(\lambda\in R)$,则直线$AP$必经过$\triangle ABC$的(　　)

A．重心　　B．内心　　C．垂心　　D．外心

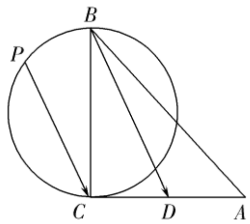
变式.已知A，B，C是平面上不共线上三点，O为$\triangle ABC$外心，动点P满足：$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}[(1-\lambda)\overrightarrow{OA}+(1-\lambda)\overrightarrow{OB}+(1+2\lambda)\overrightarrow{OC}](\lambda\in R且\lambda\neq 0)$，则$P$的轨迹一定通过$\triangle ABC$的(　　)

A．内心　　B．垂心　　C．重心　　D．AB边的中点

D．$\overrightarrow{CF}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AB}-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

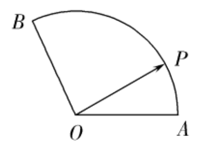
三．填空题

8．(交汇创新) (2020 山东济钢中学月考)如果直角三角形 ABC 的边 CB，CA 的长都为 4，D 是 CA 的中点，P 是以 CB 为直径的圆上的动点，则$\overrightarrow{BD}\ \overrightarrow{PC}$的最大值是__________.

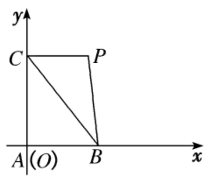


9．(多空题)如图，扇形 AOB 中，半径为 1，$\overset{\frown}{AB}$ 的长为 2，则$\overset{\frown}{AB}$ 所对的圆心角的大小为________ 弧度；若点 P

是$\overset{\frown}{AB}$ 上的一个动点，则当$\overrightarrow{OA}\ \overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OB}\ \overrightarrow{OP}$取得最大值时，〈$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OP}$〉＝________.



10．在△ ABC 中，$AB\perp AC$，$AB=\dfrac{1}{t}$，$AC=t$，P 是△ ABC 所在平面内一点，若$\overrightarrow{AP}=\dfrac{4\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\dfrac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$，则△ PBC 面积的最小值为________.



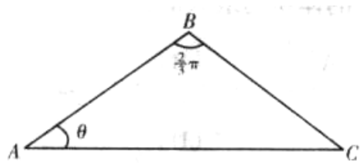
四．解答题

11.在ΔABC 中，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=1,\left|\overrightarrow{AC}\right|=2,\left|\overrightarrow{BC}\right|\in[\sqrt{3},\sqrt{5}]$，记$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$ 的夹角为θ.

（Ⅰ）求θ 的取值范围;

（Ⅱ）求函数 $f(\theta)=2\sin^2(\dfrac{\pi}{4}+\theta)-\sqrt{3}\cos 2\theta$ 的最大值和最小值.

12. 如图，已知 △ABC 中，|AC|=1,∠ABC= $\dfrac{2\pi}{3}$,∠BAC=θ, 记 $f(\theta)=\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{BC}$。



（1） 求 $f(\theta)$ 关于 θ 的表达式;

（2） 求 $f(\theta)$ 的值域。

纠错补偿

1．订正： 题号 $\boxed{}$

2.补偿训练：