# 江苏省仪征中学2020届高三年级第一学期B版午间“3+1”(37)

2019年12月5

班级____________姓名______________学号___________评价________

请将填空题答案填在横线上，**并将每个题目的解答过程写在题目下方.**

1.设$P$为$\Delta ABC$中线$AD$的中点，$D$为边$BC$中点，且$AD=2$，若$\overrightarrow{PB}\bullet\overrightarrow{PC}=-3$，则$\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=$________.

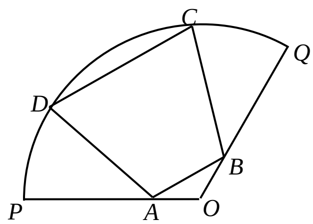
2. 已知函数$f(x)=x|x-2|$，则不等式$f(\sqrt{2}-x)\le f(1)$的解集为________.

3.已知抛物线$y^2=2px$的准线方与双曲线$x^2-y^2=2$的做准线重合，则$p=$________.

4. 为丰富市民的文化生活，市政府计划在一块半径为200 m，圆心角为120°的扇形地上建造市民广场. 规划设计如图：内接梯形$ABCD$区域为运动休闲区，其中$A$，$B$分别在半径$OP$，$OQ$上，$C$，$D$在圆弧$PQ$上，$CD$∥$AB$；△$OAB$区域为文化展示区，$AB$长为$50\sqrt{3}$ m；其余空地为绿化区域，且$CD$长不得超过200 m.

（1）试确定$A$，$B$的位置，使△$OAB$的周长最大？

（2）当△$OAB$的周长最大时，设∠$DOC=2\theta$，试将运动休闲区$ABCD$的面积$S$表示为$\theta$的函数，并求出$S$的最大值.



1.设 $P$ 为 $\Delta ABC$ 中线 $AD$ 的中点，$D$ 为边 $BC$ 中点，且 $AD=2$，若 $\overrightarrow{PB}\bullet\overrightarrow{PC}=-3$，则 $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=$________.

0；

2. 已知函数 $f(x)=x|x-2|$，则不等式 $f(\sqrt{2}-x)\le f(1)$的解集为________.

$[-1,+\infty)$；

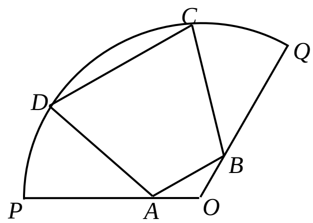
3.已知抛物线 $y^2=2px$ 的准线方与双曲线 $x^2-y^2=2$ 的做准线重合，则 $p=$________.

2；

4. 为丰富市民的文化生活，市政府计划在一块半径为 200 m，圆心角为 120° 的扇形地上建造市民广场. 规划设计如图：内接梯形 $ABCD$ 区域为运动休闲区，其中 $A$，$B$ 分别在半径 $OP$，$OQ$ 上，$C$，$D$ 在圆弧 $PQ$ 上，$CD\,//\,AB$；△$OAB$ 区域为文化展示区，$AB$ 长为 $50\sqrt{3}$ m；其余空地为绿化区域，且 $CD$ 长不得超过 200 m.

（1）试确定 $A$，$B$ 的位置，使△$OAB$ 的周长最大？

（2）当△$OAB$ 的周长最大时，设∠$DOC=2\theta$，试将运动休闲区 $ABCD$ 的面积 $S$ 表示为 $\theta$ 的函数，并求出 $S$ 的最大值.



（第 2 题）

解：（1）设 $OA=m$，$OB=n$，$m$，$n\in(0,200]$，

在△$OAB$ 中，$AB^2=OA^2+OB^2-2OA\cdot OB\cdot\cos\frac{2\pi}{3}$，

即 $(50\sqrt{3})^2=m^2+n^2+mn$，　　　　　　…………………2 分

所以，$(50\sqrt{3})^2=(m+n)^2-mn\geqslant(m+n)^2-\frac{(m+n)^2}{4}=\frac{3}{4}(m+n)^2$，

所以 $m+n\leqslant100$，当且仅当 $m=n=50$ 时，$m+n$ 取得最大值，此时△$OAB$ 周长取得最大值.

答：当 $O$ $A$ 都为 50 m 时，△ $O$ $A$ 的周长最大. ……………………………………6 分

（2）当△$AOB$ 的周长最大时，梯形 $ACBD$ 为等腰梯形.

过 $O$ 作 $OF\perp CD$ 交 $CD$ 于 $F$，交 $AB$ 于 $E$，

则 $E$、$F$ 分别为 $AB$，$CD$ 的中点，

所以 $\angle DOE=\theta$，由 $CD\leqslant200$，得 $\theta\in(\ ,\frac{\pi}{6}($.　　　……………………………………8 分

在△$ODF$ 中，$DF=200\sin\theta$，$OF=200\cos\theta$.

又　在　△　$A$　中，　$O = E\ c\ \frac{\pi}{3}\ \mathrm{e}O$，　故 $EF = 2\quad 0\theta -\ 0$．　……………………………10 分

所以，$S=\frac{1}{2}(50\sqrt{3}+400\sin\theta)(200\cos\theta-25)$

$=625(\sqrt{3}+8\sin\theta)(8\cos\theta-1)$

$=625(8\sqrt{3}\cos\theta-8\sin\theta+64\sin\theta\cos\theta-\sqrt{3})$，$\theta\in(0,\frac{\pi}{6}]$．（**不交代范围扣 2 分**）12 分

令 $f(\theta)=8\sqrt{3}\cos\theta-8\sin\theta+64\sin\theta\cos\theta-\sqrt{3}$，$\theta\in(0,\frac{\pi}{6}]$，

$f'(\theta)=-8\sqrt{3}\sin\theta-8\cos\theta+64\cos2\theta=-16\sin(\theta+\frac{\pi}{6})+64\cos2\theta$，$\theta\in(0,\frac{\pi}{6}]$，

又 $y=-16\sin(\theta+\frac{\pi}{6})$ 及 $y=\cos2\theta$ 在 $\theta\in(0,\frac{\pi}{6}]$ 上均为单调递减函数，

故 $f'(\theta)$ 在 $\theta\in(0,\frac{\pi}{6}]$ 上为单调递减函数．

因 $f'(\frac{\pi}{6})=-16(\frac{\sqrt{3}}{2}-4\times\frac{1}{2})>0$，故 $f'(\theta)>0$ 在 $\theta\in(0,\frac{\pi}{6}]$ 上恒成立，

于是，$f(\theta)$ 在 $\theta\in(0,\frac{\pi}{6}]$ 上为单调递增函数．　…………………………………………… 14 分

所以当 $\theta=\frac{\pi}{6}$ 时，$f(\theta)$ 有最大值，此时 $S$ 有最大值为 $625(8+15\sqrt{3})$．

答：当 $\theta=\frac{\pi}{6}$ 时，梯形 $ABCD$ 面积有最大值，且最大值为 $625(8+15\sqrt{3})$ $m^2$．……………16 分