江苏省仪征中学高一第二学期数学周练（5）

答案和解析

1.【答案】B

【解答】

解：将方程$x^2+y^2-4x+2y+k=0$配方，得$(x-2)^2+(y+1)^2=5-k$，

∵方程$x^2+y^2-4x+2y+k=0$表示圆，

∴圆心C坐标为$(2,-1)$，半径$r=\sqrt{5-k}$，

因此$5-k>0$，解之得$k<5$.

故选B.

2.【答案】A

【解析】解：点P满足直线$x+y-3=0$，则

$\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}$表示直线l的上点$P(x、y)$与定点$A(2,-1)$的距离，

其最小值是点A到直线l：$x+y-3=0$作垂线段为最短，

所以点A到直线l的距离为$d=\frac{|2-1-3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$，

即所求的最小值是$\sqrt{2}$.

故选：A.

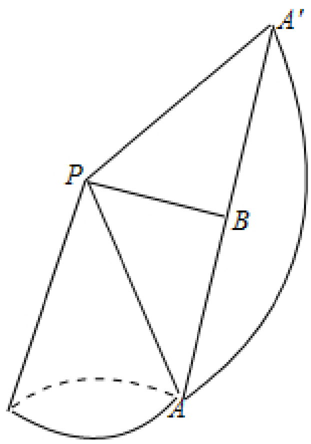
把问题化为“直线l的上点$P(x、y)$与定点$A(2,-1)$的距离”，

即从“点A向直线l：$x+y-3=0$作垂线段，由点A到直线l的距离”求出结果.

本题主要考查了点到直线的距离公式与转化思想的应用问题，是基础题目.

3.【答案】B

【解析】解：如图，



由圆锥的底面半径为$\frac{5}{3}cm$，得展开后扇形的弧长为$\frac{10\pi}{3}$，

由弧长公式可得展开后扇形的弧度数为$\frac{\frac{10\pi}{3}}{5}=\frac{2\pi}{3}$.

过P作$PB\perp AA'$，

即$\angle APA'=\frac{2\pi}{3}$，又$PA=5$，求得$AA'=2AB=5\sqrt{3}$.

故选：B.

要求蚂蚁爬行的最短距离，需将圆锥的侧面展开，根据“两点之间线段最短”求解.

本题考查圆锥的展开图等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题.

4.【答案】C

【解答】解：∵两圆的方程分别为$x^2+y^2+4x-4y=0$，$x^2+y^2+2x-8=0$，两式相减可得$x-2y+4=0$，

∴两圆的公共弦所在直线的方程是$x-2y+4=0$.

∵圆$x^2+y^2+4x-4y=0$的圆心坐标为$(-2,2)$，半径为$2\sqrt{2}$，

$\therefore$圆心到公共弦的距离 $d = \frac{|-2-4+4|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore |MN| = 2\sqrt{(2\sqrt{2})^2-(\frac{2\sqrt{5}}{5})^2} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$，故选 C.

5.【答案】D

【解答】

解：根据题意，锐角△ ABC 中，若 $B = 2A$，则有 $B = 2A < 90°$，即 $A < 45°$，

又由 $C < 90°$，则 $A + B = 3A > 90°$，即 $A > 30°$，

综合可得：$30° < A < 45°$，

若 $B = 2A$，则$\frac{a\sin A}{b} = \frac{\sin A\sin A}{\sin B} = \frac{\sin A\sin A}{\sin 2A} = \frac{1}{2}\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1}{2}\tan A$，

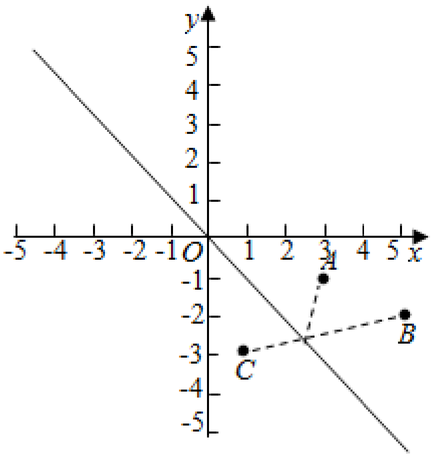
又由 $30° < A < 45°$，

则$\frac{\sqrt{3}}{6} < \frac{a\sin A}{b} < \frac{1}{2}$，

即$\frac{a\sin A}{b}$的值范围是$(\frac{\sqrt{3}}{6},\frac{1}{2})$；故选：$D$.

6.【答案】C

【解答】解：如下图所示：



点 $A(3,-1)$关于直线 l：$x + y = 0$ 的对称点为 $C(1,-3)$，

由 BC 的方程为：$\frac{x-1}{4} = \frac{y+3}{1}$，即 $x-4y-13 = 0$，

可得直线 BC 与直线 l的交点坐标为：$(\frac{13}{5},-\frac{13}{5})$，

即 P 点坐标为：$(\frac{13}{5},-\frac{13}{5})$时，$|PA| + |PB|$最小．故选：$C$.

7.【答案】C

【解答】解：由题知 $OA \perp PA$，$OB \perp PB$，且$|PA| = |PB|$，$|OA| = |OB| = 2$，

$\therefore$四边形 $PAOB$ 的面积 $S = 2\times\frac{1}{2}|PA|\times|OA| = 2\sqrt{|OP|^2-|OA|^2} = 2\sqrt{|OP|^2-4}$，

$\therefore$当$|OP|$最小，即直线 OP 垂直于直线 $2x + y + 10 = 0$ 时，面积 S 最小，

即当$|OP| = 2\sqrt{5}$时，S 的最小值为 8，故选 C.

8.【答案】A

【解答】解：由题意知该三棱锥为正四面体，如图，将正四面体补形成一个正方体，

则该三棱锥的外接球即为正方体的外接球，

设正方体棱长为 a，

则该正四面体的体积为$a^3-4\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times a\times a\times a=\frac{1}{3}a^3=\frac{9\sqrt{2}}{4}$，

解得 $a=\frac{3\sqrt{2}}{2}$， 又∵球的直径是正方体的对角线，设球半径是 R，

$\therefore 2R=\frac{3\sqrt{6}}{2}$， $\therefore R=\frac{3\sqrt{6}}{4}$，

∴球的表面积 $S=4\pi\times\left(\frac{3\sqrt{6}}{4}\right)^2=\frac{27\pi}{2}$. 故选 A.

9.【答案】ABD

【解答】解：因为 $BD\perp OC$，$BD\perp OA$，$OC\cap OA=O$，

所以 $BD\perp$平面 AOC，故 A 正确;

因为 O 到 A，B，C，D 的距离都相等，

所以 O 为三棱锥 $A-BCD$ 外接球的球心且外接球的半径为$\sqrt{2}$，故 B 正确;

假设 $AB\perp CD$，因为 $AB\perp AD$，$AD\cap CD=D$，

所以 $AB\perp$平面 ACD，所以 $AB\perp AC$，

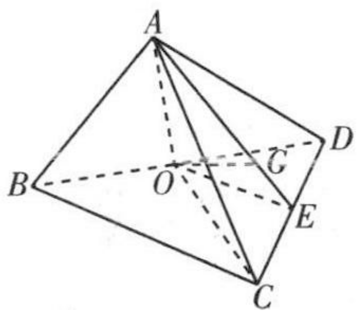
又由 $AB=AC=BC$ 可得$\angle BAC=60^{\circ}$，与假设矛盾，故 C 错误;

如图，延长 AG 交 CD 于点 E，连接 OE，

则 E 为 CD 的中点，$OE//BC$，

因为 $OE\subset$平面 AOG，所以 $BC//$平面 AOG，故 D 正确.

故选 ABD.



10.【答案】ABD

解：对于 A，连接B_1D_1、EF、B_1E、D_1F，易知$B_1D_1//EF$，$B_1E=D_1F$，则过B_1，E，F 的截面是四边形B_1EFD_1，是等腰梯形，故 A 正确；

对于 B，连接 BD、GF，因为 $EF//BD$，$EF\not\subset$平面 BDD_1B_1，$BD\subset$平面 BDD_1B_1，所以 $EF//$平面 BDD_1B_1，同理 $GF//$平面 BDD_1B_1，

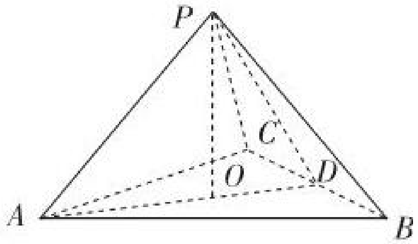
因为 $EF\cap GF=F$，EF，$GF\subset$平面 EFG，所以平面 $EFG//$平面 BDD_1B_1，又 $EP\subset$平面 EFG，所以 $EP//$平面 BDD_1B_1，故 B 正确；

对于 C，连接A_1C、C_1F，因为$A_1D_1\perp$平面 CC_1D_1D，$C_1F\subset$平面 CC_1D_1D，所以$A_1D_1\perp C_1F$，显然A_1C 与C_1F 不垂直，则A_1C 与平面 EFC_1不垂直，$EM\perp A_1C$ 不恒成立，故 C 错误；

对于 D，连接 CD_1、A_1B、A_1D，因为 $CD_1//A_1B$，$CD_1\not\subset$平面A_1BD，$A_1B\subset$平面A_1BD，则 $CD_1//$面A_1BD，所以点 Q 在直线 CD_1上运动时，$\triangle A_1BD$ 的面积为定值，Q 到平面A_1BD 的距离为定值，所以三棱锥 $B-A_1QD$ 的体积是定值，故 D 正确，故选 ABD.

11.【答案】AD

解：如图，



取 BC 的中点 D，△ ABC 的中心为 O，连接 PD，AD，PO，

由正三棱锥的性质易知 $PD\perp BC$，$AD\perp BC$，又 PD、AD 为平面 PAD 内两条相交直线，

所以 $BC\perp$平面 PAD，$PA\subset$平面 PAD，则 $PA\perp BC$，故 A 选项正确;

因为 $AD\perp BC$，结合 A 选项知侧面与底面的夹角的平面角为$\angle PDA$，

因为 $AB=BC=AC=2\sqrt{3}$，所以 $AD=3$，

因为 O 为△ ABC 的中心，所以 $AO=2$，$OD=1$.

因为 $PA=PB=PC=2\sqrt{2}$，所以 $PO=2$，$PD=\sqrt{5}$，

故 $\cos\angle PDA=\dfrac{OD}{PD}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，故 B 选项错误;

因为 $AB=BC=AC=2\sqrt{3}$，所以△ ABC 的面积 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(2\sqrt{3}\right)^2=3\sqrt{3}$，

则$V_{P\text{-}ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot PO=\dfrac{1}{3}\times3\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}$，故 C 选项错误;

因为 $OA=OB=OC=OP=2$，所以点 O 为正三棱锥外接球的球心，

即该棱锥外接球的半径为 2，则 $S_{球}=4\pi R^2=16\pi$，故 D 选项正确.

故选 AD.

12.【答案】BCD，将两圆作差求出公共弦的方程，即可发现直线 AB 经过的定点.

解：A·直线$(3+m)x+4y-3+3m=0(m\in R)$得 $m(x+3)+3x+4y-3=0$，

由$\begin{cases}x+3=0\\3x+4y-3=0\end{cases}$，得$\begin{cases}x=-3\\y=3\end{cases}$，即直线恒过定点$(-3,3)$，故 A 错误；

B. 圆心 $C(0,0)$到直线 $l:x-y+\sqrt{2}=0$ 的距离 $d=1$，圆的半径 $r=2$，故圆 C 上有 3 个点到直线 l的距离为 1，故 B 正确；

C. 曲线$C_1:x^2+y^2+2x=0$，即$(x+1)^2+y^2=1$，

曲线$C_2:x^2+y^2-4x-8y+m=0$，即$(x-2)^2+(y-4)^2=20-m$，

两圆心的距离为$\sqrt{(-1-2)^2+(0-4)^2}=5=1+\sqrt{20-m}$，解得 $m=4$，故 C 正确；

D. 因为点 P 为直线$\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{2}=1$上一动点，设点 $P(4-2t,t)$，

圆 $C:x^2+y^2=4$ 的圆心为 $C(0,0)$，

以线段 PC 为直径的圆 Q 的方程为$(x-4+2t)x+(y-t)y=0$，

即$x^2+(2t-4)x+y^2-ty=0$

故直线圆 Q 与圆 C 的公共弦方程为：$x^2+(2t-4)x+y^2-ty-(x^2+y^2)=0-4$，

即$(2t-4)x-ty+4=0$,此直线即为直线 AB,经验证点$(1,2)$在直线$(2t-4)x-ty+4=0$上，即直线 AB 经过定点$(1,2)$，故 D 正确. 故选：BCD.

13.【答案】$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

【解答】

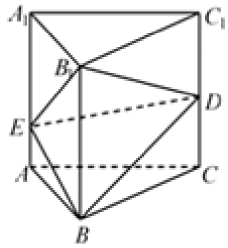
解:设上底面半径为 r,则下底面为半径为 R,设母线长为 l,上下底面半径的差为 $2R-2r$，圆台的母线，高，上下底面半径的差构成一个直角三角形，

又因为 $l=2R-2r$，所以母线与高线成30°，

又圆台的高为 2，所以$(2R-2r)^2 = (R-r)^2 + 2^2$，

即：$l^2 = (\frac{l}{2})^2 + 2^2$，所以 $l = \frac{4\sqrt{3}}{3}$．故答案为$\frac{4\sqrt{3}}{3}$．

14.【答案】$\sqrt{3}$



解：∵在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$中，若 $AA_1 = 3$，$AB = 2$，
点 D 是棱 CC_1的中点，点 E 在棱 AA_1上，

$\therefore S_{\triangle BDB_1} = \frac{1}{2}\times BB_1\times BC = \frac{1}{2}\times3\times2 = 3$，

点 E 到平面 BDB_1的距离 $h = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$，

∴三棱锥B_1-EBD 的体积为：

$V_{B_1-EBD} = V_{E-BDB_1} = \frac{1}{3}\times S_{\triangle BDB_1}\times h = \frac{1}{3}\times3\times\sqrt{3} = \sqrt{3}$.

故答案为：$\sqrt{3}$.

三棱锥B_1-EBD 的体积为$V_{B_1-EBD} = V_{E-BDB_1}$，由此能求出结果.

本题考查三棱锥的体积的求法，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，考查数形结合思想，是中档题.

15.【答案】$(2,4]$

【解析】解：$\because \sin^2A + \sin^2B - \sin A\sin B = \sin^2C$，

∴由正弦定理可得：$a^2 + b^2 - ab = c^2$，

∴可得 $\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{1}{2}$，

$\because C \in (0,\pi)$，

$\therefore C = \frac{\pi}{3}$.

∴由已知及正弦定理可得：$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{2}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore a = \frac{4\sqrt{3}}{3}\sin A$，$b = \frac{4\sqrt{3}}{3}\sin B$，$B = \frac{2\pi}{3} - A$.

则 $a + b = \frac{4\sqrt{3}}{3}\sin A + \frac{4\sqrt{3}}{3}\sin B = \frac{4\sqrt{3}}{3}\sin A + \frac{4\sqrt{3}}{3}\sin(\frac{2\pi}{3} - A) = 4\sin(A + \frac{\pi}{6})$，

$\because A \in (0,\frac{2\pi}{3})$，

$\therefore A + \frac{\pi}{6} \in (\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6})$，

$\therefore \sin(A + \frac{\pi}{6}) \in (\frac{1}{2},1]$，

$\therefore a + b \in (2,4]$.

故答案为：$(2,4]$.

$\sin^2A + \sin^2B - \sin A\sin B = \sin^2C$，由余弦定理可得：$a^2 + b^2 - ab = c^2$，再利用余弦定理可得 C.由正弦定理可得：$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{2}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$，解出 a，b代入 $a + b$，利用三角函数两角和差公式、三角函数的单调性与值域即可得出.

本题考查了正弦定理余弦定理、和差公式、三角函数的单调性与值域，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

16.【答案】60^0

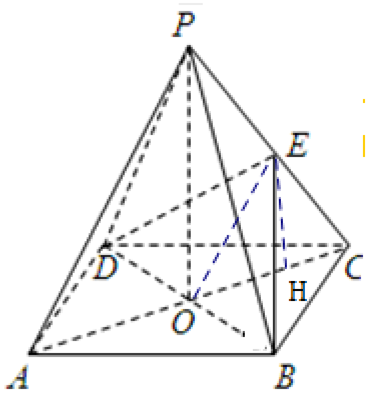
【解析】解：在正四棱锥 P-ABCD 中，连接 AC，BD，交于 O

连接 PO，则 PO ⊥平面 $ABCD$，

则在正四棱锥中，BO ⊥平面 PAC，

则连接 OE，DE，

则∠BEO 是直线 BE 与平面 PAC 所成的角，



∵正四棱锥 P-ABCD 的体积为 2，底面积为 6，

∴ $V = \frac{1}{3}\times6\cdot PO = 2$，则高 $PO = 1$，

∵底面积为 6，∴ $BC = \sqrt{6}$，$OC = OB = \sqrt{3}$，

则侧棱 $PB = PC = \sqrt{1+(\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$，

∵ E 为侧棱 PC 的中点，∴取 OC 的中点 H，

则 EH ⊥ OC，

则 $EH = \frac{1}{2}PO = \frac{1}{2}$，$OH = \frac{1}{2}OC = \frac{\sqrt{3}}{2}$，

则 $OE = \sqrt{OH^2+EH^2} = \sqrt{(\frac{1}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} = 1$，

在直角三角形 BOE 中，$\tan\angle BEO = \frac{OB}{OE} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$，

则$\angle BEO = 60°$，

故答案为：60^0

在正四棱锥中，连接 AC，BD，交于 O，连接 PO，则 PO ⊥平面 $ABCD$ 得到∠BEO 是直线 BE 与平面 PAC 所成的角，根据条件结合三角形的边角关系进行求解即可.

本题主要考查线面角的计算，根据线面角的定义结合正四棱锥的性质得到∠BOE 是直线 BE 与平面 PAC 所成的角是解决本题的关键．考查学生的计算能力.

17.【答案】解：(1)当斜率不存在时，易得直线方程为 $x = 6$；

当斜率存在时，

根据题意，由$x^2 + y^2-2x-4y-20 = 0$ 得，$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$，①

设过点$(6,-2)$且与圆 C 相切的直线方程的斜率为 k,

则直线方程为 $y + 2 = k(x-6)$，即 $y = kx-6k-2$，②

将①代入②得，$(1+k^2)x^2-(12k^2+8k+2)x + 36k^2 + 48k-8 = 0$，

则有$\Delta = [-(12k^2+8k+2)]^2-4(1+k^2)(36k^2+48k-8) = 0$，

解得 $k = \frac{9}{40}$，此时直线方程为 $9x-40y-134 = 0$，

综上，圆 C 相切的直线方程为 $x = 6$ 或 $9x-40y-134 = 0$；

(2)由(1)得圆心 $C(1,2)$，半径为 $r = 5$，

设圆 D 的圆心为 $D(m,n)$，

因为圆心 C 与 D 关于直线 $x-2y-2 = 0$ 对称，

所以$\begin{cases}\frac{1+m}{2}-2\times\frac{2+n}{2}-2=0\\ \frac{n-2}{m-1}=-2\end{cases}$，解得 $m = 3,n = -2$，

则 $D(3,-2)$，半径 $r = 5$，

所以圆 D 标准方程为：$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$.

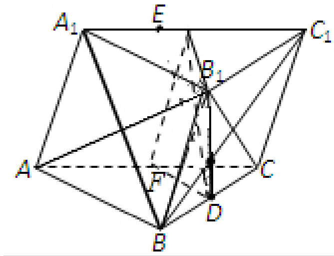
【解析】本题考查了圆的切线方程，圆的标准方程，关于直线对称圆的方程，属于中档题.

(1)分斜率不存在和斜率存在两种情况解答即可；

(2)由(1)得圆心 C(1,2)，半径为 $r=5$，设圆 D 的圆心为 D(m,n)，根据题意可得

$$\begin{cases}\frac{1+m}{2}-2\times\frac{2+n}{2}-2=0\\ \frac{n-2}{m-1}=-2\end{cases}$$，解出 m，n 即可求出答案.

18.【答案】证明：(1)取 AC 的中点 F，连接 EF，FD，



∵ D 是 BC 的中点，E 为 A_1C_1 的中点，

∴ FD//AB，$FE//A_1A$

∵ $AA_1\cap AB=A$，$DF\cap EF=F$，AA_1，AB ⊂平面 AA_1B，

EF，DF ⊂平面 EFD，

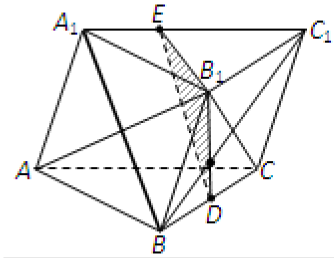
∴平面 AA_1B//平面 EFD，

∵ DE ⊂平面 EFD，

∴ DE//平面 AA_1B

即 DE//平面 ABB_1A_1；

(2)设 B_1D 交 BC_1 于点 F，连接 EF，则平面 $A_1BC_1\cap$平面 $B_1DE=EF$.



∵ A_1B//平面 B_1DE，$A_1B\subset$平面 A_1BC_1，∴ $A_1B//EF$.

∴ $\frac{A_1E}{EC_1}=\frac{BF}{FC_1}$.

又∵ $\frac{BF}{FC_1}=\frac{BD}{B_1C_1}=\frac{1}{2}$，

∴ $\frac{A_1E}{EC_1}=\frac{1}{2}$.

【解析】(1)如图所示，取 AC 的中点 F，连接 EF，FD，平面 AA_1B//平面 EFD，继而得到 DE//平面 ABB_1A_1.

(2)设 D 是 BC 的中点，设 B_1D 交 BC_1 于点 F，连接 EF，则平面 $A_1BC_1\cap$平面 $B_1DE=EF$.

利用 $\frac{A_1E}{EC_1}=\frac{BF}{FC_1}$.求出求 $\frac{A_1E}{EC_1}$ 的值.

本题考查线面平行的证明，方法是利用面面平行和线线平行，注意空间思维能力的培养，属于中档题

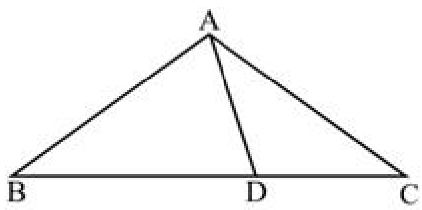
19.【答案】解：(1) ∵ $2b\sin C\cos A+a\sin A=2c\sin B$，由正弦定理得：

$2bc\cos A+a^2=2cb$，

由余弦定理得：$2bc\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}+a^2=2bc$，

化简得 $b^2+c^2=2bc$，则 $(b-c)^2=0$，即 $b=c$，故△ ABC 为等腰三角形；

(2)如图，



由已知得 BD = 2，DC = 1，

∵ ∠ADB = 2∠ACD = ∠ACD + ∠DAC，∴ ∠ACD = ∠DAC，∴ AD = CD = 1，

又∵ cos∠ADB = -cos∠ADC，

$\therefore \dfrac{AD^2+BD^2-AB^2}{2AD\cdot BD}=-\dfrac{AD^2+CD^2-AC^2}{2AD\cdot CD}$,

即$\dfrac{1^2+2^2-c^2}{2\times2\times1}=-\dfrac{1^2+1^2-b^2}{2\times1\times1}$,

得 $2b^2+c^2=9$,

由(1)可知 $b=c$, 得 $b=\sqrt{3}$.

【解析】本题考查三角形中正弦定理，余弦定理的应用，难度一般，准确使用正余弦定理是解题的关键，属于基础题.

(1)由正弦定理可得 $2bccosA+a^2=2bc$,由余弦定理化简可得$(b-c)^2=0$,可求 $b=c$,即可得证.

(2)由已知可求$\angle ACD=\angle CAD$，结合已知可求 $BD=2$，$CD=AD=1$，由$\angle ADB=\pi-\angle ADC$，$b=c$，由 $\cos\angle ADB=-\cos\angle ADC$ 结合余弦定理，即可解得 b 的值.

20.【答案】解：(1)连接 BD，在$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90^{\circ}$.

$\because AB=BC$，点 D 为 AC 的中点，

$\therefore BD\perp AC$.

又$\because PB\perp$平面 ABC，$EF\subset$平面 ABC，

$\therefore PB\perp EF$，

$\because E$、F 分别为 AB、BC 的中点，

$\therefore EF//AC$，

$\therefore EF\perp BD$，

又 $PB\subset$平面 PBD，$BD\subset$平面 PBD，$PB\cap BD=B$，

$\therefore EF\perp$平面 PBD，$PD\subset$平面 PBD，

$\therefore EF\perp PD$.

(2)连接 BD 交 EF 于点 O，$\because EF\perp$平面 PBD，

$\therefore \angle FPO$ 为直线 PF 与平面 PBD 所成的角，$EF\perp PO$.

$\because PB\perp$平面 ABC，$\therefore PB\perp AB$，$PB\perp BC$，又$\because \angle PAB=45^{\circ}$，

$\therefore PB=AB=2$. $\because OF=\dfrac{1}{4}AC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore PF=\sqrt{PB^2+BF^2}=\sqrt{5}$，

$\therefore$在 $Rt\triangle FPO$ 中，$\sin\angle FPO=\dfrac{OF}{PF}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，

(3) $\because EF\perp$面 PBD，$PO\subset$面 PBD，$\therefore EF\perp PO$，$\because BD\perp AC$，$EF//AC$，

$\therefore BD\perp EF$，即 $OD\perp EF$，又面 $PEF\cap$面 $EFC=EF$，$PO\subset$面 PEF，$OD\subset$面 EFC，

故二面角 $P-EF-C$ 的平面角为$\angle POD$，在ΔPBD 中，$PB=2$，$BD=\sqrt{2}$，$BO=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$PO=\sqrt{PB^2+BO^2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，$\cos\angle POD=-\cos\angle POB=-\dfrac{BO}{PO}=-\dfrac{1}{3}$，

即二面角 $P-EF-C$ 的余弦值为$-\dfrac{1}{3}$.

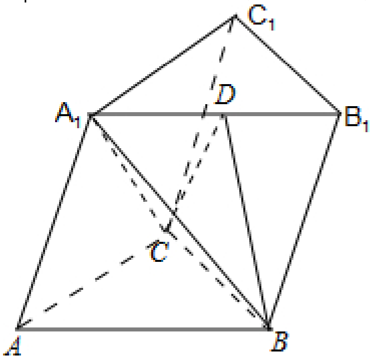
【解析】本题考查空间的位置关系的证明和空间角：线面角和二面角的计算，考查空间想象能力和运算能力.

(1)因为 $EF//AC$，故只要证 $PD\perp AC$，由线面垂直可证；

(2)连接 BD 交 EF 于点 O，因为 $EF\perp$平面 PBD，所以$\angle FPO$ 为直线 PF 与平面 PBD 所成的角，解直角三角形即可

(3)$EF\perp$面 PBD, $PO\subset$面 PBD, 所以 $EF\perp PO$, 因为 $BD\perp AC$, $EF//AC$, 所以 $BD\perp EF$, 即 $OD\perp EF$, 又面 $PEF\cap$面 $EFC=EF$, $PO\subset$面 PEF, $OD\subset$面 EFC, 故二面角 $P-EF-C$ 的平面角为$\angle PQD$，解三角形即可.

21.【答案】(1)证明：∵平面 ACC_1A_1 ⊥平面 ABC，平面 ACC_1A_1 ∩平面 $ABC = AC$，$AC \perp BC$，



∴ BC ⊥平面 ACC_1A_1，

∴ $BC \perp AA_1$.

又∵ $AA_1 \perp A_1C$，$BC \cap \perp A_1C = C$，

∴ AA_1 ⊥平面A_1BC，

又∵ $AA_1 \subseteq$平面 ABB_1A_1，

∴平面 ABB_1A_1 ⊥平面A_1BC；

(2)解：由(1)可知，AA_1 ⊥平面A_1BC，BC ⊥平面 ACC_1A_1，

则 BB_1 ⊥平面A_1BC，$BC \perp A_1C$.

∴点 D 到平面A_1BC 的距离等于 1，又侧棱与底面所成的角为 60°，

∴ $\angle A_1AC = 60°$.

∵ $AC = 4$，∴ $A_1C = 2\sqrt{3}$.

则$S_{\triangle A_1BC} = \frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$，

∴ $V_{A_1\text{-}BCD} = V_{D\text{-}A_1BC} = \frac{1}{3}\times2\sqrt{3}\times1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

【解析】(1)由已知条件可求出 BC ⊥平面 ACC_1A_1，再利用线面垂直、面面垂直的判定即可证得结论；

(2)结合(1)可得 $BC \perp A_1C$，进一步求出△ A_1BC 的面积，然后利用等体积法即可求出三棱锥A_1 - BCD 的体积.

本题考查线面垂直、面面垂直的判定，考查多面体的体积的求法，是中档题.

22.【答案】解：(1)由题设，知圆心 C 是直线 $y = 2x - 4$ 和 $y = x - 1$ 的交点，

所以点 C 的坐标为(3,2)，圆 C 的方程为$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$.

当过点 B(2,3)的切线的斜率不存在时，切线方程为 $x = 2$，满足条件;

当过点 B(2,3)的切线的斜率存在时，设切线方程为 $y - 3 = k(x - 2)$，

则由题意得$\frac{|k+1|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$，解得 $k = 0$，所以切线方程为 $y = 3$.

故所求切线方程为 $x = 2$ 或 $y = 3$.

(2)因为圆心 C 在直线 $y = 2x - 4$ 上，所以点 C 的坐标为$(a,2a - 4)$，

圆 C 的方程为$(x - a)^2 + [y - 2(a - 2)]^2 = 1$.

设点 $M(x,y)$，因为$|MA| = 2|MO|$，所以$\sqrt{x^2+(y-3)^2} = 2\sqrt{x^2+y^2}$，

化简得$x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$，即$x^2 + (y + 1)^2 = 4$，

所以点 M 在以 $D(0,-1)$为圆心，2 为半径的圆上.

由题意，点 $M(x,y)$在圆 C 上，所以圆 C 与圆 D 有公共点，

则$|2 - 1| \le |CD| \le 2 + 1$，即 $1 \le \sqrt{a^2+(2a-3)^2} \le 3$，解得 $0 \le a \le \frac{12}{5}$.

所以圆心 C 的横坐标 a 的取值范围为$[0,\frac{12}{5}]$.

【解析】本题考查圆的切线方程以及圆的方程的综合应用，属于较难题目.
(1)根据条件求出圆的方程，当切线斜率存在时，利用点斜式设出切线方程，根据点到直线距离等于半径待定斜率 k 即可得到切线方程，注意别丢了斜率不存在的情况；
(2)由圆心 C 在直线 $y=2x-4$ 上知 C 的坐标为$(a,2a-4)$，设点 $M(x,y)$，根据 $|MA|=2|MO|$得到$x^2+(y+1)^2=4$，即点 M 在以 $D(0,-1)$为圆心，2 为半径的圆上，又点 $M(x,y)$在圆 C 上，则问题转化为圆 C 与圆 D 有公共点，则$|2-1|\leq|CD|\leq 2+1$，即可求出答案.