

江苏省仪征中学高一年级 3 月阶段性数学测试卷 2020.3

- 限时 120 分钟
- 请在指定区域内作答，做完把答题区域拍照提交

一、单项选择题：(每题 5 分 共 8 题，共 40 分)

1. 设全集 $U = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ，集合 $M = \{-1, 0\}$ ， $N = \{0, 1, 2\}$ ，则 $(C_U M) \cap N =$ ()

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{0, 3\}$ D. $\{0, 1\}$

2. 化简： $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + \lg \sqrt{10} =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 已知 $\cos(\pi + \alpha) = \frac{1}{3}$ ，则 $\cos 2\alpha =$ ()

- A. $\frac{7}{9}$ B. $-\frac{8}{9}$ C. $-\frac{7}{9}$ D. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

4. 直线 $x + \sqrt{3}y - 5 = 0$ 的倾斜角为 ()

- A. -30° B. 60° C. 120° D. 150°

5. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $b^2 + c^2 = a^2 + bc$ 。

若 $\sin B \cdot \sin C = \sin^2 A$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形 C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

6. 将函数 $y = \sin(x + \varphi)$ 的图像上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变)，再将所得图像向左

平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位后得到的函数图像关于原点中心对称，则 $\sin 2\varphi =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ， $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ ， $\cos(\beta - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{10}$ ，则 $\sin \beta =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

8. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，满足 $f(x) = f(2-x)$ ，且 $x \in [0, 1]$ 时，函数 $f(x) = 2^x - 1$ ，函数 $g(x) = f(x) - \log_a x (a > 1)$ 恰有 3 个零点，则 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{1}{9})$ B. $(\frac{1}{9}, \frac{1}{5})$ C. $(1, 5)$ D. $(5, 9)$

三、解答题（本题共 6 小题，第 17、18 题 10 分，第 19—21 题每题 12 分，第 22 题每题 14 分共 70 分）

17. （本小题满分 10 分）

已知 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为三个内角 A, B, C 的对边， $\sqrt{3}b\sin C = c\cos B + c$.

- (1) 求角 B ；
- (2) 若 $b^2 = ac$ ，求 $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan C}$ 的值.

17. (1)

(2)

18. （本小题满分 10 分）

已知直线 l_1 的方程为 $x + 2y - 4 = 0$ ，若 l_2 在 x 轴上的截距为 $\frac{1}{2}$ ，且 $l_1 \perp l_2$.

- (1) 求直线 l_1 和 l_2 的交点坐标；
- (2) 已知直线 l_3 经过 l_1 与 l_2 的交点，且在 y 轴上截距是在 x 轴上的截距的 2 倍，求 l_3 的方程.

18. (1)

(2)

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2\cos x(\sqrt{3}\sin x + \cos x) - 1$.

- (1) 求 $f(x)$ 的周期和单调区间; (2) 若 $f(\alpha) = \frac{8}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$, 求 $\cos 2\alpha$ 的值.

19. (1)

(2)

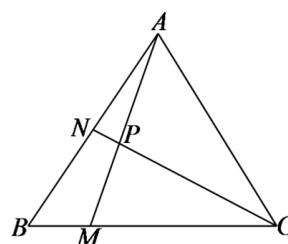
20. (本小题满分 12 分)

如图, M 、 N 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC 、 AB 上的点,

且 $BM = \frac{1}{4}BC$, $AN = \frac{1}{2}AB$, AM 交 CN 于 P .

- (1) 若 $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 求 $x - y$ 的值; (2) 若 $AB = 4$, $AC = 3$, $\angle BAC = 60^\circ$, 求 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值.

20. (1)



(2)

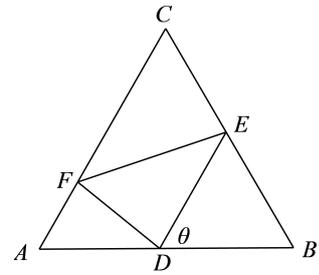
21. (本小题满分 12 分)

如图, 正三角形 ABC 的边长为 4, D, E, F 分别在三边 AB, BC, CA 上, 且 D 为 AB 的中点, $\angle EDF = 90^\circ$, $\angle BDE = \theta (0^\circ < \theta < 90^\circ)$

(1) 若 $\theta = 60^\circ$, 求 $\triangle DEF$ 的面积;

(2) 求 $\triangle DEF$ 的面积 S 的最小值, 及使得 S 取得最小值时 θ 的值.

21. (1)



(2)

22. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = \log_2(ax+1)$, $a \in R$.

- (1) 若 $a = 2$, 解关于 x 的方程 $f(x) + g(x) = 0$;
- (2) 设 $t \in R$, 函数 $h(x) = |f(x) - t| + t$ 在区间 $[2, 8]$ 上的最大值为 3, 求 t 的取值范围;
- (3) 当 $a > 0$ 时, 对任意 $m \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, 函数 $y = g(x) - f(x)$ 在区间 $[m, m+1]$ 上的最大值与最小值的差不大于 1, 求 a 的取值范围.

22. (1)

(2)

(3)