

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第一学期高三数学学科导学案

综合法求空间角（1）

研制人：陈宏强 审核人：李峰

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 授课日期：2021.10.18

灵活运用综合几何方法，解决空间角的问题，通过空间角的求解，进一步熟悉空间几何体中的线面关系及研判方法，并体会立体几何的本质。

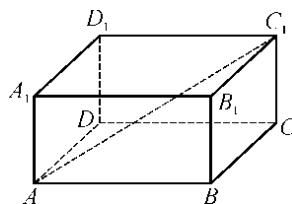
课前热身

1. 已知在正四面体 $ABCD$ 中， E 是 AB 的中点，则异面直线 CE 与 BD 所成角的余弦值为()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

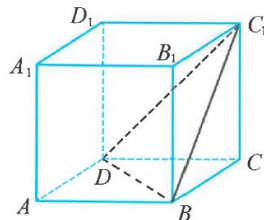
2. 如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=BC=2$ ， $AA_1=1$ ，则 AC_1 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成角的正弦值为()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$



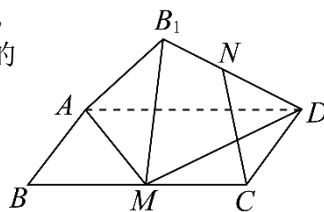
3. (新苏教版必修二 P184.10) 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，二面角 $C-BD-C_1$ 的正切值为()

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

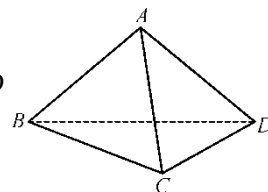


4. (多选题) 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AD = 2AB$ ， M 为边 BC 的中点，将 $\triangle ABM$ 沿直线 AM 折成 $\triangle AB_1M$ ，若 N 为 B_1D 的中点，则在 $\triangle ABM$ 的翻折过程中，下列命题正确的有()

- A. 线段 CN 的长为定值
B. 异面直线 AM 与 B_1D 所成角为 90°
C. 直线 CN 与平面 AB_1M 所成角为定值
D. 二面角 $A-B_1M-D$ 可以为直二面角



5. 如图，在三棱锥 $A-BCD$ 中，侧面 $ABD \perp$ 底面 BCD ， $BC \perp CD$ ， $AB=AD=4$ ， $BC=6$ ， $BD=4\sqrt{3}$ ，则直线 AC 与底面 BCD 所成角的大小为_____.



6. 在空间四边形 $ABCD$ 中， $AB = CD = 8$ ， M 、 N 分别是对角线 AC 、 BD 的中点，若异面直线 AB 、 CD 所成角的大小为 60° ，则 MN 的长为_____.

知识梳理

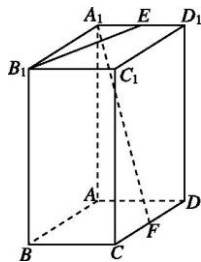
	定 义	范 围	综合法求解步骤
异面直线所成角			
直线与平面所成角			
二面角			

典例研究

探究点一 异面直线所成的角

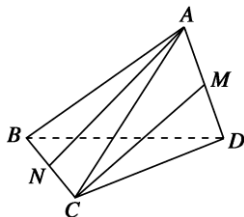
例 1. (1) 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $BC=2$, $AB=BB_1=4$, E, F 分别是 A_1D_1, CD 的中点, 则异面直线 A_1F 与 B_1E 所成角的余弦值为()

- A. $\frac{\sqrt{102}}{34}$ B. $-\frac{\sqrt{102}}{34}$
C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$



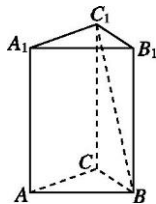
(2) 如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB=AC=BD=CD=3$, $AD=BC=2$, 点 M, N 分别为 AD, BC 的中点, 则异面直线 AN, CM 所成的角的余弦值是()

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{8}$
C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{8}$



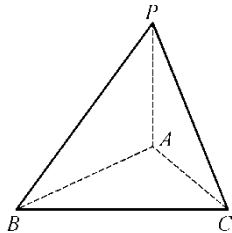
探究点二 直线与平面所成的角

例 2. (1) 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧棱长为 $\sqrt{2}$, 底面三角形的边长为 1, 则 BC_1 与平面 ACC_1A_1 所成的角的大小是_____.



(2) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 底面 ABC , $\angle BAC=120^\circ$, $AB=AC=1$, $PA=\sqrt{2}$, 则直线 PA 与平面 PBC 所成角的正弦值为()

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{1}{3}$



(3) 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 6 的等边三角形, $PA \perp$ 平面 ABC , $PA=12$, 求 AB 与平面 PBC 所成角的余弦值.

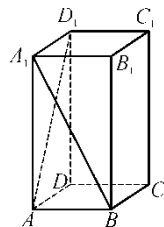
课堂小结

跟踪反馈

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时长：60 分钟

1. 如图，在底面为正方形，侧棱垂直于底面的四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1=2AB=2$ ，则异面直线 A_1B 与 AD_1 所成角的余弦值为()

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

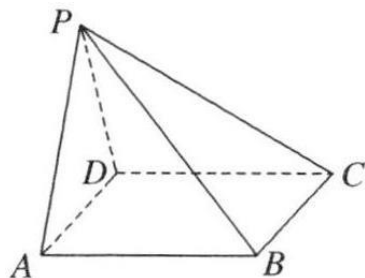


2. 已知，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 是 AD 的中点， F 是 BB_1 的中点，则直线 EF 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为()

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{1}{2}$

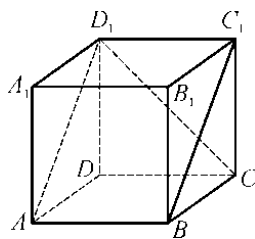
3. (多选) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形， $\angle DAB = 60^\circ$ ，侧面 PAD 为正三角形，且平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ，则下列说法正确的是()

A. 在棱 AD 上存在点 M ，使 $AD \perp$ 平面 PMB
 B. 异面直线 AD 与 PB 所成的角为 90°
 C. PB 与平面 PAD 所成的角是 45°
 D. $BD \perp$ 平面 PAC

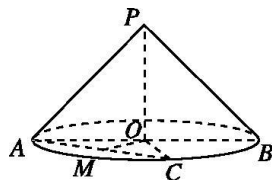


4. (多选) 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，则下列四个命题正确的是()

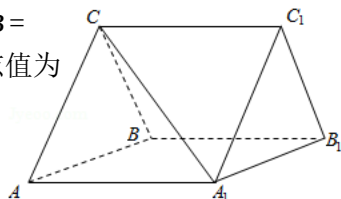
A. 直线 BC 与平面 ABC_1D_1 所成的角等于 $\frac{\pi}{4}$
 B. 点 C 到平面 ABC_1D_1 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 C. 两条异面直线 D_1C 和 BC_1 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$
 D. 三棱柱 $AA_1D_1-BB_1C_1$ 外接球半径为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$



5. 如图，已知圆锥的顶点为 P ，底面圆心为 O ，半径为 2，母线长为 $2\sqrt{2}$ ， AB 为圆锥底面圆的直径， C 为底面圆周上一点，且 $\angle BOC = 90^\circ$ ， M 为 AC 的中点，则异面直线 OM 与 PB 所成角的大小为_____.



6. 如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，平面 $ABC \perp$ 平面 AA_1B_1B ， $CA=CB=AB=AA_1=2$ ， $\angle BAA_1 = 60^\circ$ 。则直线 A_1C 与平面 BB_1C_1C 所成角的正弦值为_____.



7. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形， $AB=2$ ， $PA=PB=BC=\sqrt{10}$ ， $PD=PC=\sqrt{2}$.

(1) 求证：平面 $PAB \perp$ 平面 PCD ；

(2) 求直线 PA 与平面 PBC 所成角的正弦值.

8. (2015 全国 II 理) 如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 $AB=16$ ， $BC=10$ ， $AA_1=8$ ，点 E, F 分别在 A_1B_1 ， D_1C_1 上， $A_1E=D_1F=4$ ，过点 E, F 的平面与此长方体的面相交，交线围成一个正方形.

(1) 在图中画出这个正方形（不必说出画法和理由）；

(2) 求直线 AF 与平面 α 所成角的正弦值.

