

1. (本小题满分 12 分)

某乒乓球教练为了解某同学近期的训练效果，随机记录了该同学 40 局接球训练成绩，每局训练时教练连续发 100 个球，该同学接球成功得 1 分，否则不得分，且每局训练结果相互独立，得到如图所示的频率分布直方图.

(1) 若同一组数据用该区间的中点值作代表，

①求该同学 40 局接球训练成绩的样本平均数  $\bar{x}$ ；

②若该同学的接球训练成绩  $X$  近似地服从正态分布  $N(\mu, 100)$ ，其中  $\mu$  近似为样本平均数  $\bar{x}$ ，求  $P(54 < X < 64)$  的值；

(2) 为了提高该同学的训练兴趣，教练与他进行比赛. 一局比赛中教练连续发 100 个球，该同学得分达到 80 分为获胜，否则教练获胜. 若有人获胜达 3 局，则比赛结束，记比赛的局数为  $Y$ . 以频率分布直方图中该同学获胜的频率作为概率，求  $E(Y)$ .

参考数据：若随机变量  $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则  $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) \approx 0.6827$ ，

$$P(\mu - 2\sigma < \xi < \mu + 2\sigma) \approx 0.9545, \quad P(\mu - 3\sigma < \xi < \mu + 3\sigma) \approx 0.9973.$$

