

# 5E 教学模式下“直线斜率与倾斜角”的教学设计

于莹莹 (扬州大学数学科学学院 225009)

## 1 引言

5E 教学模式是 1989 年美国生物学会 (BSCS) 在 Atkin-Karplus 学习环教学模式的三个环节“初步探究 (exploration)”“概念引入 (term introduction)”和“概念应用 (concept application)”的基础上,进一步完善提出的基于建构主义和概念转变的教学理论.该理论包括五个阶段,分别是激活 (Engagement), 探究 (Exploration), 解释 (Explanation), 精致 (Elaboration), 评价 (Evaluation).5E 教学模式重视学生对知识的亲身探究过程和知识建构过程,强调先前的知识经验对当前学习的作用.之后有许多研究表明,该教学模式在学生对知识的理解、学习兴趣和热情、探究问题的能力和创造潜力等多维度多方面相对于传统教学模式都产生了更为积极的影响<sup>[1][2]</sup>.

我国 2017 年新课程标准提出应锻炼学生独立思考、合作交流的能力,以及在实践中把握数学知识的本质<sup>[3]</sup>.在核心素养成为培养人才的指路标的背景下,5E 教学模式在培养学生数学能力和情感方面有着重要的意义<sup>[2]</sup>.现有的一些教学设计虽采用问题驱动教学法,但实际上并没有将探究的主动权交给学生,许多问题的提出实质上含有强行灌输的意味,无法很好地培养学生的数学思维能力.数学概念的形成也不够自然,学生很难理解概念定义的必要性.5E 教学模式强调学生的自主建构与探究,本文将为人教 A 版教材中“直线的倾斜角与斜率”一节概念课为素材,以 5E 教学模式为框架进行教学设计,为我国概念教学方式的多样性添砖加瓦,提供一种新的具体课题教学的可行方案.

## 2 总体教学分析

### 2.1 教材分析

从结构上看,“直线的倾斜角与斜率”一节位于人教 A 版选择性必修第一册的第二章第一节,在此之前是立体几何与空间向量的内容,本章的内容开启了一个新的几何学分支——解析几何<sup>[4]</sup>,而本节是解析几何的第一节,为整个高中阶段解析几何的学习奠定了思想基础,初步渗透了坐标法等解析几何基本方法和思路<sup>[5]</sup>.课程标准中对本节的目标要求是:在直角坐标系中能探索

出确定直线位置的要素;理解直线与倾斜角的概念,经历定义探究过程,掌握斜率计算公式;能根据斜率判断平面内两直线位置关系<sup>[3]</sup>.从内容上看,本节知识本质为用直线“倾斜角”和“斜率”刻画直线的倾斜程度,二者以坐标法为工具,蕴含了数形结合的数学思想方法.

### 2.2 学情分析

在本节课之前,学生从未接触过解析几何的思想,但是对于“倾斜角”这一概念,学生并不陌生.初中阶段学习锐角三角函数正切值时曾接触过坡面陡峭程度等实际生活情境,也经历过用坡角的正切值描述坡面的倾斜程度,因此学生对本节的倾斜角以及斜率的概念和计算方法的接受是自然的.但是对学生来说时刻把握探究目的是比较困难的,需要教师“搭把手”.而且,学生会很容易将直线斜率与他们初中学习的一次函数自变量系数混淆,这会干扰他们对斜率概念本质的理解.

### 2.3 教学目标及其重难点

根据课程标准以及上述教材分析,确定教学目标如下:(1) 经历用数(斜率)表示形(倾斜角)的过程,掌握利用两点坐标计算所在直线斜率的方法.(2) 理解并掌握倾斜角和斜率的定义,会利用特殊位置关系的直线斜率间的关系解决问题.(3) 在探究过程中体会数形结合的思想方法,培养探究精神和实践能力.

**教学重点** (1) 体会用代数表示几何图形的过程方法.(2) 理解并掌握倾斜角与斜率的关系,以及利用两点坐标计算所在直线斜率的公式.

**教学难点** (1) 把握本节课的大方向,即用代数表示直线在平面直角坐标系中的位置.(2) 利用坐标法推导斜率公式的探究过程.

## 3 结合 5E 教学模式进行具体环节的设计

### 3.1 激活

这一阶段要求教师创设情境或提出问题,唤醒学生的先前知识经验或产生认知冲突,激发学生的求知欲或使学生积极思考.教师从这一环节可以明确学生的认知基础.

**激活问题 1** 你知道地球以一定速度公转的周期是多久吗? 地球公转的轨迹是什么形状? 公转周期是如何计算的呢?

预设生成 学生想到计算椭圆的周长.

教师总结提出将地球公转的轨迹放到平面直角坐标系中进行计算得到椭圆周长的计算公式.这种方法将几何图形与代数巧妙地联系到一起,中和了几何图形难以证明和代数缺少几何直观的缺点.这就是本章要学习的知识,即将几何与代数联系起来.本节课将从最简单的几何图形——直线开始探索学习.

激活问题2 如何在平面内确定一条直线的位置?如何确定地描述这个位置?

预设生成 学生的回答总结下来有两种:(1)确定平面内的两点;(2)确定一点以及直线的方向.

设计意图 激活问题1从贴近学生的认识入手,能激起学生强烈的思索欲和求知欲,起到激活的效果.同时本节是起始节,承担着整个解析几何模块的思想方法开端,以上问题可以起到有效的引领作用.激活问题2进入主题,明确本节课的探究方向(在平面内确定直线位置).问题的提出或情境的创设紧扣教学主题,使学生有认知层面的思考,而不仅仅是激发好奇心.

### 3.2 探究

5E教学模式中探究的含义是,根据本节课的探究课题,教师在提供探究素材的基础上,给予学生充分的自由独立思考,合作交流,解决问题.

探究问题1 图1中各直线位置不同,是什么导致了他们的位置不同?

预设生成 学生说出直线的倾斜程度不同或方向不同导致了这种现象.

探究问题2 哪条直线的倾斜程度更大?

预设生成 经过小组讨论和组际交流,确定倾斜角的简单含义界定,即直线向上的方向与 $x$ 轴正半轴所成角.

探究问题3 回到激活问题2,为了能描述平面内一条通过任意两点的直线位置,需要做什么?定义了倾斜角这个概念以后,我们需要怎么做才能达到目的?(备选提问方式:确定任意一条直线位置这个问题就转化成怎样的问题?怎样解决这个问题?)

预设生成 大部分学生通过思考和合作交流可以明白下一步应该求解任意一条直线的倾斜角.(备选提示:若学生对直接求任意两点所在直线的倾斜角有困难.教师提示如下:由点 $A(-1,$

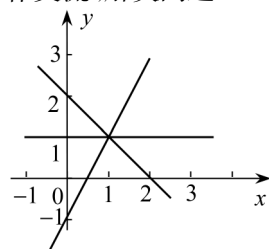


图1

$0)$ ,  $B(1, 2)$  确定的直线的倾斜角如何求解? 渗透从特殊到一般的推理思想.)

经教师适当点拨,学生推导出经过平面内任意两点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  的直线的倾斜角

$$\alpha = \arctan \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

设计意图 在教师的启发下学生意识到定义并求解倾斜角的必要性.在探究阶段,5E模式指出教师的辅助作用体现在把控探究方向上,做一个观察者,而主体探究思路的展开完全是由学生通过思考与交流确定的.这正是该模式的精髓:引导有度,让学生在正确的方向上最大程度地主动建构知识,从根本上培养学生对问题的发现和解决的数学能力.

### 3.3 解释

在“解释”阶段,5E教学模式要求学生自主对上一阶段探究的原因、过程及结果进行梳理,并形成相对工整严谨的解释;然后由教师在此基础上给出新概念或其他知识,用数学的语言规范探究的结论,进一步将探究明确化.

解释问题1 以上探究的目的、过程和结果分别是什么?

解释问题2 你能对探究过程中涉及的概念或公式等进行系统的总结吗?

解释问题3 倾斜角公式对所有的任意两点均成立吗?从公式来看要注意什么?

预设生成 (1)学生明确倾斜角定义: $x$ 轴正向与直线向上方向之间所成的角 $\alpha$ 叫做直线的倾斜角, $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$ .

(2)倾斜角公式要注意分母不为0,即当倾斜角为直角时(直线与 $y$ 轴平行)不能使用公式.学生继而会讨论当直线与 $x$ 轴平行时的情况.

教师将倾斜角公式变形,得到  $\tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ,给出直线斜率的定义:一般地,经过平

面内任意两点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  的直线倾斜角的正切值公式如上,倾斜角的正切值我们把它

称为斜率,用 $k$ 表示,即  $k = \tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  ( $x_1 \neq x_2$ ),倾斜角为 $90^\circ$ 时斜率不存在.

解释问题4 你能从 $\tan \alpha$ 的角度解释直线的倾斜角的变化规律吗?

设计意图 这一教学环节让学生首先自己梳理探究的结果,把握探究过程,教师需要做的是完善学生对概念的解释,并进行适当的补充和深化.这正是如今许多教学设计忽视的一点,教师往

往直接生成概念,然后作变式理解,并没有给学生一个完整的建构过程,这是采用5E教学模式在解释阶段需要注意的.

### 3.4 精致

类似于“迁移”,精致阶段要求教师给学生提供新的情境,让他们利用刚刚学习的新知识解释问题,将新情境与知识建立起联系,从而加深对知识的理解和感悟.

**精致问题1** 已知平面直角坐标系中四条直线位置如图2所示,在横轴下方从左至右分别为 $l_1, l_2, l_3, l_4$ ,设它们的倾斜角分别为 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ ,斜率分别为 $k_1, k_2, k_3, k_4$ ,分别将倾斜角和斜率按从大到小的顺序排列.由此你能总结出什么规律?

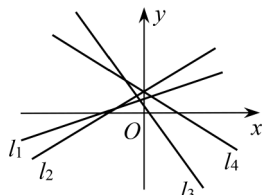


图2

**精致问题2** 平面内任意两条不重合的平行直线 $l_1, l_2$ ,它们的斜率 $k_1, k_2$ 之间有什么关系?反过来成立吗?你还能想到类似的问题吗?

**预设生成** 学生会利用倾斜角相等求解斜率关系,但是会忘记讨论斜率不存在的情况;对于本问题,自然想到求解两直线相互垂直时斜率的关系.证明垂直时的方法有很多,如向量法、坐标法等,要注意对每种方法都给予肯定.

**设计意图** 在本阶段,重点是要深化学生对概念的理解,而不仅仅是巩固解释阶段生成的概念,教师要注意前后两环节的层次性,避免只呈现概念的简单应用问题.

### 3.5 评价

“评价”一方面指教师对学生学习的过程和结果进行把握,判断是否达到了教学目标,并反馈给学生;另一方面更强调学生自评,即对自己在知识、情感等多方面进行评价.评价应该贯穿于整个教学过程.

**评价活动1** 教师呈现有层次的练习题.

**评价活动2** 自我思考和小组交流.对你来说,本节课的探究最关键的一步在哪里?你学到了哪些方法或者思想?从本节课的探究活动来看,对于一个问题探究或深层次讨论,你认为可以从哪些地方入手?可以举例说明.

**评价活动3** 你还记得本节课的目标吗?我们完成了什么?距离目标还有多远?下节课我们应该做什么?

**设计意图** 本环节使学生从宏观的思路思想上以及微观的方法步骤上两个方向总结思考,深化

认识,并且进一步明确研究思路,为下节课探究直线方程做铺垫.在评价阶段,应鼓励学生充分参与评价,教师可以通过主体和形式多样的评价充分了解学生本节课的学习成果,对学生自身也是总结和反思的过程,这是传统教学模式不具备的特点.

## 4 反思总结

“直线的倾斜角与斜率”是起始课,学生对知识及方法的陌生使得在应用5E教学模式时需要更多的脚手架,要结合学情对该模式进行适当的变化,立足于促进学生探究能力的发展.激活是前提,探究是主体,解释是重点,精致是深化,评价是升华.在上述设计中,精确把握了每个环节的实质要求及对应的学生的认知水平,注重5E教学模式的系统性和层次性;而且严格避免了“除了用倾斜角外能否用一个数字来表示直线的倾斜程度?”这种带有明显指向性且刻板的话语,时刻遵循自然理念进行设计.在实际应用5E教学模式进行教学设计时,可以在保证大步骤不变的情况下,在各个小环节的活动中灵活采用微型5E教学,如评价和解释可以贯穿于每个教学活动之中来加强学生对探究的认识<sup>[6]</sup>.本设计的精致阶段,隐含着对具有特殊位置关系直线的斜率关系的解释总结等.

5E教学模式的核心阶段是“探究”,教学主体过程和重点也是在“探究”,它对探究的要求不仅仅是传统探究教学中的设置好探究活动,让学生在探究中进行知识的同化和顺应,更重要的是教会学生如何探究,培养独立探究能力.保证学生时刻把握探究思路,做主动的探究者这一理念贯穿始终.教师的作用是为学生提供适合探究的情境和条件,把握恰当的时机对学生加以引导,要在连续的教学过程中先教给学生通常进行探究的思路和步骤,慢慢撤掉为学生搭建的脚手架,直至学生具备独立探究的能力.

### 参考文献

- [1] 王健,李秀菊.5E教学模式的内涵及其对我国理科教育的启示[J].生物学通报,2012,47(03):39-42.
- [2] 胡久华,高冲.5E教学模式在我国的教学实践及其国外研究进展评析[J].化学教育,2017,38(01):5-9.
- [3] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版)[M].北京:人民教育出版社,2017:1-8.
- [4] 叶立军,林永伟.数学史与数学教育[M].杭州:浙江大学出版社,2004:145-155.
- [5] 吕小娟.奠定基础,渗透方法——以“直线的倾斜角和斜率”为例[J].江西教育,2012(27):32.
- [6] 孟彪.例谈5E教学模式在数学概念教学中的应用[J].福建中学数学,2020(11):13-16.