

指向核心素养的高中数学 “预备知识”的教学思考

何 睦^{1,2} (1.浙江师范大学教师教育学院,321004;2.江苏省张家港市暨阳高级中学,215600)

摘 要 数学新课标在必修课程中增添了“预备知识”这一主题,旨在帮助学生顺利完成初高中数学学习的过渡。“预备知识”重点关注学生在数学抽象、逻辑推理、数学运算等素养方面的发展.指向核心素养的高中数学“预备知识”的教学需关注以下方面:认真研读课程标准,把握预备知识的教学要求;精准设计四基目标,以目标引领教学设计与实践;创设有效问题情境,精心设置问题链牵引学生的学;留足自由表达的机会,鼓励学生积极使用数学语言;挖掘教材文本示范性,发挥教材的“学材”功能.

关键词 预备知识;核心素养;四基;问题链;学材

文章编号 1004-1176(2023)05-0020-04

1 引言

《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》(以下简称“新课标”)指出:数学在形成人的理性思维、科学精神和促进个人智力发展的过程中发挥着不可替代的作用.数学素养是现代社会的每一个人应该具备的基本素养^[1].新课标作为普通高中数学教学的纲领性文件,提出了学生在学习过程中需着力发展的六大数学核心素养:数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析等.

新课标优化了原有的高中数学课程结构,打破了原有的模块化的设计理念,采用了主题式设计的思路.同时为了更好地做好高一学生初高中数学学习的衔接,新课标在必修课程内容中增添了“预备知识”这一主题,通过集合、常用逻辑用语、相等关系与不等关系、从函数观点看一元二次方程和一元二次不等式等内容学习,旨在为学生高中数学学习做好学习心理、学习方式和知识技能等方面的准备,帮助学生完成初高中数学学习的过渡^[1].

2 “预备知识”的内容、结构与定位

“预备知识”的内容包括集合、常用逻辑用语、相等关系与不等关系、从函数观点看一元二次方程和一元二次不等式,课标建议课时为18课时.

义务教育阶段数学课程内容由数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践四个学习领域组成,而普通高中数学课程则由函数、几何与代数、概率与统计、数学建模活动与数学探究活动作

为主线串联起了整个知识结构.可见,初高中的数学课程内容呈现“一一对应”与“螺旋式上升”的特点.这样做使得高中的知识结构框架与义务教育阶段保持高度一致,有利于学生初高中数学学习的衔接与过渡.

“预备知识”即是联结义务教育数学课程内容与高中数学课程主线的纽带.可见,“预备知识”在初高中数学主线知识中占据着核心地位.如若“预备知识”能够预备得充分到位,则能够有效地帮助学生顺利跨越初高中数学学习的断层;如若“预备知识”预备得不够充分,则学生可能会出现知识脱节、能力断层等现象,也无法从数学学习中体验到学习的获得感,以至于数学学科成为了很多高中生心中永远的痛处.

以往在开展初高中衔接课时,教师一般会选择性补充学生初中未学或虽然已学但要求过低的内容进行补充和延伸.但从初高中衔接的具体任务来看仅仅是衔接“知识”吗?答案显然是否定的.学生虽然经历了义务教育数学课程的学习,但对于“数学是什么”真的有所了解吗?调查和访谈结果表明,从学生的基本论调来看,他们认为数学就是在数学课上学到的知识和数学试题,对于数学课程蕴含的数学文化、数学思想方法和数学科学精神的认识明显不足.同时,初高中的数学学习有着明显的差异.例如,学生在初中学习数学概念时,主要依靠的是具体的形象,通过模仿和再现去理解和巩固所学的知识,而在高中,抽象思维开始占据主导地位.因此,初高中衔接不仅仅是知识与技能的衔接,更应该是一种学习方法的衔接、

学习习惯的衔接、数学思想方法的衔接、数学思维方式的衔接、态度的衔接等。正如章建跃在文[2]中指出的,“大量补知识点既没有时间也没有必要。我们要区分清楚,哪些知识是高中学习必须的基础、需要专门补充,哪些是‘过程性’的,用到时进行即时补充或者通过学生自学就可以解决的……与‘补知识点’紧密相关的另一个问题是如何加强由内容所反映的数学思想和方法”。“预备知识”作为学生在高中阶段接触的第一部分数学内容,在做好学生初高中的知识、思想、方法和兴趣、情感、态度等过渡上都有着重要作用。

3 指向核心素养的“预备知识”的教学思考

新课标明确指出,“预备知识”重点提升学生的数学抽象、逻辑推理与数学运算素养。这具体表现在:(1)集合的学习,主要在于引导学生类比数的研究思路,即定义—关系—运算的逻辑线路开展研究,联想研究集合的定义、关系与运算,突出了数学抽象素养的培养。(2)常用逻辑用语的学习,主要在于引导学生分析命题中的条件与结论的关系,在此基础上引入充分条件、必要条件与充要条件的概念,而后给出了命题的两种基本形式:存在量词命题与全称量词命题,这些内容的设置都在于思维的合理性与思想性,进一步提升学生的思维层次,突出了逻辑推理素养的培养。(3)一元二次函数、一元二次方程和不等式部分的学习,则为高中数学课程提供了数学工具(方程与不等式)和思想方法(函数观点)两方面的预备,首先从等式的性质类比得到不等式的性质,而后研究两类具体的不等式:基本不等式与一元二次不等式,这两个不等式均是按照定义—解法—应用的思路展开研究,突出了数学运算素养的培养。

那么,如何开展指向核心素养的“预备知识”的教学设计,以更好地发挥预备知识的预备功能呢?笔者结合自身的理论学习与教学实践提出开展“预备知识”的若干教学建议,以期能对“预备知识”的教学提供一些参考价值。

3.1 认真研读课程标准,把握预备知识的教学要求

我国的课程实施或教学应该从基于教师自身经验或教科书的课程实施,走向基于课程标准的教学^[3]。在开展任何教学活动之前,我们都必须考虑清楚四个问题:为什么教?教什么?怎么教?教到什么程度?对于第一、二、四这三个问题的回

应既不能按照教师的自身经验也不能按部就班地按照教科书的内容开展,而应是基于课程标准。新课标明确了学生在高中数学学习中的内容要求与学业要求,这是开展教学的重要依据。因此,要想充分发挥“预备知识”的预备功能,首先必须认真研读课程标准与课标教材,深刻把握课标关于“预备知识”的要求与定位、理解课标教材各个部分的编写意图,先解决“为什么教”“教什么”“教到什么程度”后,再来思考“怎么教”的教学法问题,不宜过分拔高教学起点,否则可能会起到负面效果。例如,在集合单元,课标的内容要求中明确表明:“在高中数学课程中,集合是刻画一类事物的语言和工具。本单元的学习,可以帮助学生使用集合的语言简洁、准确地表述数学研究对象,学会用数学的语言表达和交流,积累数学抽象的经验。”这段描述揭示了集合单元的知识价值,很好地回应了“为什么教”的问题。紧接着这段话之后课标给出了本章包含的内容,即给出了“教什么”的回答;课标的学业要求为“能够在现实情境或数学情境中,概括出数学对象的一般特征,并用集合语言予以表达。初步学会用三种语言(自然语言、图形语言、符号语言)表达数学研究对象,并能进行转换。掌握集合的基本关系与基本运算。”这段描述即是学生在学完本章后应达到的学业水平,应成为教师思考“教到什么程度”的重要依据。

3.2 精准设计四基目标,以目标引领教学设计与实践

新课标在课程目标中指出,通过高中数学课程的学习,学生能获得进一步学习以及未来发展所必需的数学基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验^{[1]8}(简称“四基”);黄翔等进一步指出,从“双基”拓展到“四基”为培养核心素养夯实了数学学习基础^[4]。可见,四基目标的达成是落实核心素养的重要途径。基础知识与基本技能是学生依据课标要求必须理解与掌握的数学内容;数学基本思想,重在引导学生感悟研究数学的方法和路径,需要在不同的数学内容教学与任务情境中不断提炼、总结,逐步内化为学生自己开展问题解决或数学研究的方法和思维方式;基本活动经验,重在学生从“做”中学,在“做”的过程中不断积累数学活动经验,与此同时,也能获得在活动过程中形成的基本知识、基本技能和基本数学思想,经验的积累也势必有助于学生开展后续课程的学习。因此,“四基”可作为学生核心素养培养这条主

线的起点^[4],这就要求教师在开展教学设计与实践前,需在深刻把握课标与教材教学要求与定位的基础上,精准设计本节课的“四基”目标.以“预

备知识”中“不等式”第一课时为例,可形成如下的“四基”目标(表1).

表1 “不等式”第一课时的“四基”目标

课标要求	梳理等式的性质,理解不等式的概念,掌握不等式的性质	
四基目标	基础知识	不等式的基本性质;等式与不等式的共性与差异
	基本技能	运用不等式的基本性质解决简单的不等式问题;能从具体情境中抽象出不等式模型,并利用性质加以解决
	基本思想方法	类比等式的研究对象、内容、方法与性质得不等式的研究对象、内容、方法与性质
	基本活动经验	类比等式的研究方法和内容,研究不等式的相关内容.体会和感悟类比等思想方法的运用与迁移.在等式与不等式共性与差异的比较过程中,关注类比过程中的异化,加深对“代数性质”的认识

而后根据设定的“四基”目标提炼出本节课的本质问题与关键任务,并以此为基础开展具体的教学设计和教学实践.

3.3 创设有效问题情境,精心设置问题链牵引学生的学

关于情境,新课标中作出了这样的表述:“情境主要是指现实情境、数学情境、科学情境,问题是指在情境中提出的数学问题.”由此可以看出,情境具有多样性、问题性、启发性等特征.首先,问题情境的选取是多样的,是多种情境的融合,教师可针对具体教学内容选择适当的情境引入,如基本不等式的情境,既可以考虑用现实情境(如天平称重),也可以直接由数学情境(重要不等式)来切入正题.其次,情境必须包含问题.这是指情境中必须要有能牵引学生发现和思考的问题,不包含问题的情境均为伪情境、假情境,课堂上看似热热闹闹,学生却毫无收获.再者,情境必须具有启发性.情境应能产生系列问题,形成问题链,以问题链为牵引引导学生发现问题、提出问题、分析问题,进而解决问题.例如在集合的运算中,可以设置如下问题链牵引学生开展集合运算的探究^[5].

问题1:如图1,图中所表示的两个集合 A, B 是什么关系?

问题2:若集合 A “离家出走”,请将“出走”的过程用图形表示出来.

问题3:你能说出图2阴影部分表示的集合意义吗?

问题4:除此之外,你还能从图2中发现哪些区域也能表示一个集合?

问题5:你能用数学符号表示上面结论中所表示的集合吗?

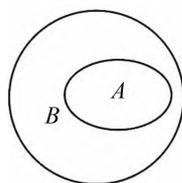


图1

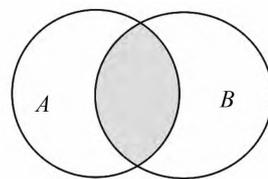


图2

该问题链的创设由数学情境出发,在回顾已学内容的同时自然地引出本节课要探究的主题.问题1与问题2由师生共同合作完成“交集”运算的三种语言(自然语言、图形语言、符号语言)的描述,具有示范性.问题4和问题5具有开放性,以个人研究与合作探讨相结合的方式,由学生发现问题、提出问题、分析问题、解决问题,在探究中生成其他的集合运算方式的同时,还能发展学生数学语言应用的能力.

3.4 留足自由表达的机会,鼓励学生积极使用数学语言

数学有三种语言形态:自然语言、符号语言、图形语言.数学的学习本质上就是语言的学习.我们都知道,要想学好一门语言,首先必须掌握语言的使用规则,其次就要多加练习.就数学语言的学习来说,就是要掌握数学的三种语言,并能在三种语言间进行随意的转换,然后要常态化地使用规范、严谨的数学语言去表达数学问题、解决数学问题.虽然学生在义务教育阶段也经受过数学语言的训练,但初高中数学知识容量与难易程度的差异,使得学生会感到极大的不适应.因此,在课堂中,教师要充分创设利于学生表达的问题情境,把更多的表达机会与时机交给学生,将自己的精力稳稳地放在引起、维持和促进学生的数学表达上.与此同时,要注意语言训练的科学性,特别关注语

言表征形成的层次性.例如学生一开始接触“集合”章节就会感到很不适应的原因之一是集合语言的多样化与灵活性,这就要求教师在教学活动中应注重集合语言训练的层次性^[5]:第一层次,符号的识别.学生在“集合”的学习中会遇到很多抽象的数学符号,如集合的表示、常见数集的表示、元素与集合关系的表示、集合与集合关系的表示、集合运算符的表示等等,而正确理解并使用集合符号是学好本章的前提与基础.因此,在相关符号的教学上要多指导学生重视符号的理解性记忆.第二层次,三种语言之间的互相转译.在集合的教学中,引导学生对各种语言进行转译是教学的重点和难点.要通过教师创设的情境或问题链不断增强学生数学语言的互化意识,引导学生多思、多说、多写,以此逐步提升学生语言的转换能力.第三层次,用图形语言优化思维过程.数形结合是高中数学中的重要思想方法,而数形结合不仅仅体现在函数图象的应用上,直观图也是数形结合的体现,如 Venn 图、数轴就是集合部分常用的数形结合重要工具.因此,教师在教学中要不断给学生提供脚手架,让学生感受图形语言在优化思维过程中的作用,并将它内化为自己的思维方式.

3.5 挖掘教材文本示范性,发挥教材的“学材”功能

数学教材是实现国家课程标准、实施数学教学的重要资源,也是实现数学教育独特育人价值的重要载体.随着课程改革的进一步深入,出现了不同版本的新教材,这些新教材都是对已有教材的继承与创新.教师对教材的理解和把握会直接影响数学教学的实施,也会影响数学教育的效果与质量.李善良在文^[6]中指出,数学教科书的发展大致经历三个阶段:从零散的数学知识到系统数学知识整理,从数学知识整理到适宜教师讲授的材料,从教师讲授为主要的材料到关注学生学习的材料,真正让教材从“教”材走向“学”材.以人教 A 版数学教材为考察对象,教材编写仍然保留了原教材的基本特色,并在此基础上有了进一步的传承与创新.从结构上看,教材仍以明线与暗线两条主要线路依序展开.明线是知识线,教材通过“本册导引—章引言—节引言—思考探究—例题—练习—习题—章小结—复习参考题”为基本结构展开知识的呈现,每节内容后还配备了探究与发现、阅读与思考等栏目,每章后还配备了数

学探究、数学建模、文献检索与数学写作等栏目.暗线是方法线,新教材更加突出了“研究一个数学对象的基本路径的获得”^[7].类比数的研究方法,遵循数的研究路径:数的定义—数的关系—数的运算,这就构成了集合章节的研究内容,即集合的定义—集合的关系—集合的运算;类比初中等式的研究路径:问题情境—抽象成等式—等式的性质—几个特殊等式的研究(一元一次方程、一元二次方程等),不等式部分采用了类似的研究框架:问题情境—抽象出不等式—不等式的性质—几个特殊的不等式(基本不等式、一元二次不等式),前后呼应,帮助学生形成研究数学对象的一般方法与套路.在具体内容的处理中还多次类比迁移学生已学知识开展研究,如研究不等式的性质由学生已有的等式性质研究经验直接迁移而来,一元二次不等式的解法由学生已有的用一次函数的观点认识一元一次方程、一元一次不等式的思想方法迁移而来.因此,教师必须加强对教材的研究,如通过研究教材的本册导引、章首语开展章节起始课的教学,通过研究教材的微型探究开展有效的探究活动,通过研究教材旁白做好学生的学法指导,通过研究教材的章末小结引导学生形成数学整体观,等等,并在深刻理解教材的基础上实施“预备知识”的教学,以更好地帮助学生做好初高中的衔接.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)[M].北京:人民教育出版社,2020.
- [2] 章建跃.“预备知识”预备什么、如何预备[J].数学通报,2020(8):1-14.
- [3] 崔允灏.课程实施的新取向:基于课程标准的教学[J].教育研究,2009(1):74-79,110.
- [4] 黄翔,童莉,李明振,等.从“四基”“四能”到“三会”——一条培养学生数学核心素养的主线[J].数学教育学报,2019,28(5):37-40.
- [5] 丁益民.充分挖掘教学内容的教学价值——以“集合”一章的教学为例[J].数学通讯(下半月),2015(8):1-3.
- [6] 李善良.教科书:从“教”材到“学”材[J].中学数学月刊,2019(8):1-4.
- [7] 尹伟伟,何睦.例谈理解教材的视角及教学思考——以人教 A 版新教材“数列”章节为例[J].数学通讯(下半月),2021(1):12-13,46.