2025**届高三**3**月调研测试**

数 学

（考试时间为120分钟，满分为150分）

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若，，，则这三个集合间的关系是

A． B． C． D．

2．设 ，是向量，则“”是“或”的

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

3．某次比赛中有11位评委分别给出某选手的原始评分，评定该选手的成绩时，从11个原始评分中去掉1个最高分、1个最低分，得到9个有效评分. 9个有效评分与 11个原始评分相比，一定不变的数字特征是

A．平均数 B．极差 C．方差 D．中位数

4．已知函数，则“，”是“的图像关于点对称”的

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

5．已知，则

A．5 B． C．-5 D．

6．已知数列满足.记数列的前*n*项和为.若对任意的，都有，则实数*k*的取值范围为

A． B． C． D．

7．若函数的定义域为，且 ， ，则曲线与的交点个数为

A．2 B．3 C．4 D．5

8．已知一个正四棱台的上、下底面边长分别为2，8，侧棱长为，则该正四棱台内半径最大的球的表面积为

A． B． C． D．

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

9．函数的部分图象如图所示，则下列说法中正确的是

A．

B．的图象关于直线对称

C．

D．若方程在上有且只有5个根，则

10．如图，四棱锥中，底面是正方形，平面，，、分别是的中点，是棱上的动点，则

A．

B．存在点，使平面

C．存在点，使直线与所成的角为

D．点到平面与平面的距离和为定值

11．已知，则

A． B． C． D．

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12．已知函数有两个极值点，则实数*m*的取值范围为 .

13．已知随机变量．若，则 ，若，则的方差为 ．

14．已知是椭圆的左、右焦点，是上一点．过点作直线的垂线，过点作直线的垂线．若的交点在上（均在轴上方，且，则的离心率为 ．

四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

15．(13分)

已知的三个内角的对边分别为，且，．

（1）求的最大值；

（2）若的内切圆半径为，求的最大值．

16．(15分)

如图，在直三棱柱中，，．

（1）当时，求证：平面；

（2）设二面角的大小为，求的取值范围．

17．(15分)

已知正项数列的前*n*项和为，满足，.

（1）求数列的通项公式；

（2）数列为等比数列，数列满足，若，，求证：.

18．(17分)

已知函数．

（1）求曲线在点处的切线方程；

（2）若对任意成立，求实数的值；

（3）若，求证：．

19．(17分)

经典比特只能处于0态或1态，而量子计算机的量子比特可同时处于0与1的叠加态，故每个量子比特处于0态或1态是基于概率进行计算的.现假设某台量子计算机以每个粒子的自旋状态作为是子比特，且自旋状态只有上旋与下旋两种状态，其中下旋表示“0”，上旋表示“1”，粒子间的自旋状态相互独立.现将两个初始状态均为叠加态的粒子输入第一道逻辑门后，粒子自旋状态等可能的变为上旋或下旋，再输入第二道逻辑门后，粒子的自旋状态有的概率发生改变，记通过第二道逻辑门后的两个粒子中上旋粒子的个数为.

（1）若通过第二道逻辑门后的两个粒子中上旋粒子的个数为2，且，求两个粒子通过第一道逻辑门后上旋粒子个数为2的概率；

（2）若一条信息有种可能的情况且各种情况互斥，记这些情况发生的概率分别为，，…，，则称（其中）为这条信息的信息熵.试求两个粒子通过第二道逻辑门后上旋粒子个数为的信息熵；

（3）将一个下旋粒子输入第二道逻辑门，当粒子输出后变为上旋粒子时则停止输入，否则重复输入第二道逻辑门直至其变为上旋粒子，设停止输入时该粒子通过第二道逻辑门的次数为（，2，3，⋯，，⋯）.证明：当无限增大时，的数学期望趋近于一个常数.

参考公式：时，，.

2025**届高三**3**月调研测试**

**数学 参考答案**

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | C | B | D | A | D | A | B | D |

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 9 | 10 | 11 |
| 答案 | ACD | ABD | AD |

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12． 13．0.4 64 14．

四、解答题：本题共5小题，共77分。

15．（13分）

解：（1）由得：，

整理可得：，，又，，

由正弦定理得：，，，

（其中，），

，，当时，取得最大值.·····6分

（2），即，；

由余弦定理得：，，

，，

由（1）知：；

，，，，

则的最大值为.················································13分

16．（15分）

解：（1）以为基底建立如图所示空间直角坐标系，

则，.当时，，

所以，

所以，所以.

又平面平面，所以平面.············6分

（2），

设平面的一个法向量为，则，即，

不妨取.因为平面，所以平面的一个法向量为.

所以，所以.

又因为，易知在上单调递减，所以.···15分

17．（15分）

解：（1）因为，则，

累乘可得，，

所以，又符合式子，所以，

当时，，所以两式相减可得，，

又符合上式，所以，····································7分

（2）因为数列为等比数列，，且，

设数列的公比为，则，即，所以，则

所以，即····15分

18．（17分）

解：（1）由于，故.

所以，，所以所求的切线经过，且斜率为，故其方程为.

（2）设，则，从而当时，当时.

所以在上递减，在上递增，这就说明，即，且等号成立当且仅当.

设，则.

当时，的取值范围是，所以命题等价于对任意，都有.

一方面，若对任意，都有，则对有

，

取，得，故.

再取，得，所以.

另一方面，若，则对任意都有，满足条件.

综合以上两个方面，知的值是2.

（3）先证明一个结论：对，有.

证明：前面已经证明不等式，故，

且，

所以，即.

由，可知当时，当时.

所以在上递减，在上递增.

不妨设，下面分三种情况（有重合部分）证明本题结论：

情况一：当时，有，结论成立；

情况二：当时，有.

对任意的，设，则.

由于单调递增且，

且当，时，由可知

.

所以在上存在零点，单调递增，即时，时.

故在上递减，在上递增.

①当时，有；

②当时，由于，故我们可以取.

从而当时，由，可得

.

再根据在上递减，即知对都有；

综合①②可知对任意，都有，即.

根据和的任意性，取，，就得到.

所以.

情况三：当时，根据情况一和情况二的讨论，可得，.

而根据的单调性，知或.

故一定有成立. 综上，结论成立.

19．（17分）

解：（1）设“两个粒子通过第一道逻辑门后上旋粒子个数为个”，，1，2，

“两个粒子通过第二道逻辑门后上旋粒子个数为个”，

则，，，，，则，

故.

（2）由题知，1，2，由（1）知，

同理可得，

则，

故的信息熵.

（3）由题知，其中，2，3，…，

则，

又，

则，①

，②

得：

，

由题知，当无限增大时，趋近于零，趋近于零，则趋近于.

所以当无限增大时，的数学期望趋近于一个常数.