

江苏省仪征中学 2025 届高三数学二模复习题 (5)

班级_____姓名_____日期_____评价_____

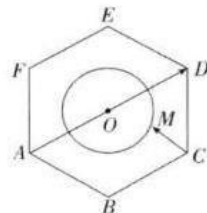
一、单项选择题:

1. 在某学校的期中考试中,高一、高二、高三年级的参考人数分别为 600,800,600.现用分层抽样的方法从三个年级中抽取样本,经计算得高一、高二、高三年级数学成绩的样本平均数分别为 93,81,99,则全校学生数学成绩的总样本平均数为 ()

A.92 B.91 C.90 D.89

2. 如图,已知正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 2,对称中心为 O ,以 O 为圆心作半径为 1 的圆,点 M 为圆 O 上任意一点,则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CM}$ 的取值范围为 ()

A. $[-6,4]$
B. $[0,8]$
C. $[-8,0]$
D. $[-6\sqrt{3},0]$



3. 2024 年春节期间,某单位需要安排甲、乙、丙等五人值班,每天安排 1 人值班,其中正月初一、二值班的人员只安排一天,正月初三到初八值班人员安排两天,其中甲因有其他事务,若安排两天则两天不能连排,其他人员可以任意安排,则不同排法一共有 ()

A.792 种 B.1440 种 C.1728 种 D.1800 种

4. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \frac{x-2}{x+2}$ ($\omega > 0$) 在 $[0,2]$ 上恰有 4 个不同的零点,则实数 ω 的取值范围为 ()

A. $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ B. $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ C. $(2\pi, \frac{5\pi}{2}]$ D. $[2\pi, \frac{5\pi}{2})$

5. 希腊著名数学家阿波罗尼斯发现“平面内到两个定点 A, B 的距离之比为定值 λ ($\lambda \neq 1$) 的点的轨迹是圆”.后来,人们将这个圆以他的名字命名,称为阿波罗尼斯圆,简称阿氏圆.已知在平面直角坐标系 xOy 中,点 $A(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$, $B(-\frac{3}{2}, 2)$,若点 P 是满足 $\lambda = \frac{1}{2}$ 的阿氏圆上的任意一点,点 Q 为抛物线 $C: y^2 = 6x$ 上的动点, Q 在直线 $x = -\frac{3}{2}$ 上的射影为 R ,则 $|PB| + 2|PQ| + 2|QR|$ 的最小值为 ()

A. $\sqrt{34}$ B. $\sqrt{37}$ C. $\sqrt{42}$ D. $3\sqrt{5}$

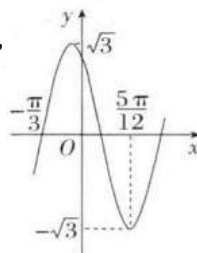
6. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ,过 F_1 的直线与 y 轴相交于 M 点,与双曲线 C 在第一象限的交点为 P ,若 $\overrightarrow{F_1M} = 2\overrightarrow{MP}$, $\overrightarrow{F_1P} \cdot \overrightarrow{F_2P} = 0$,则双曲线 C 的离心率为 ()

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3} + 1$

二、多项选择题:

7. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的部分图象如图所示,令 $g(x) = f(x) - 2\sin^2(\frac{\pi}{2} + x) + 1$,则下列说法正确的有 ()

A. $f(x)$ 的最小正周期为 π
B. $g(x)$ 的对称轴方程为 $x = k\pi + \frac{\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$)
C. $g(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的值域为 $[-1, \frac{1}{2}]$
D. $g(x)$ 的单调递增区间为 $[k\pi + \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{5\pi}{6}]$ ($k \in \mathbb{Z}$)



8. 已知函数 $y = f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上可导且 $f(0) = 1$,其导函数 $f'(x)$ 满足 $(x+1)[f'(x) - f(x)] > 0$,对于函数 $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$,下列结论正确的是 ()

A. 函数 $g(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上为增函数

B. -1 是函数 $g(x)$ 的极小值点

C. 函数 $g(x)$ 必有 2 个零点

D. $e^2 f(e) > e^e f(2)$

三、填空题:

9. 设抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 准线 l 与 x 轴交于 K , 过抛物线上一点 A 作 l 的垂线, 垂足为 H . 若 $M(6, 0)$, AF 与 MH 相交于点 G , 且点 G 是 $\triangle AKM$ 的重心, 则点 G 到 y 轴的距离为_____.

10. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是棱 AA_1 上的一个动点, 给出下列四个结论:

① 三棱锥 $B_1 - BED_1$ 的体积为定值;

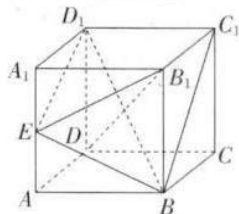
② 存在点 E 使得 $B_1D \perp$ 平面 BED_1 ;

③ $D_1E + BE$ 的最小值为 $\sqrt{2} + 1$;

④ 对每一个点 E , 在棱 DC 上总存在一点 P , 使得 $AP \parallel$ 平面 BED_1 ;

⑤ M 是线段 BC_1 上的一个动点, 过点 A_1 的截面 α 垂直于 DM ,

则截面 α 的面积的最小值为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$. 其中正确的命题的序号是_____.



四、解答题:

11. 2023 年 12 月 30 日, 长征二号丙/远征一号 S 运载火箭在酒泉卫星发射中心点火起飞, 随后成功将卫星互联网技术实验卫星送入预定轨道, 发射任务获得圆满成功, 此次任务是长征系列运载火箭的第 505 次飞行, 也代表着中国航天 2023 年完美收官. 某市一调研机构为了了解当地学生对我国航天事业发展的关注度, 随机的从本市大学生和高中生中抽取一个容量为 n 的样本进行调查, 调查结果如下表:

学生群体		关注度			合计	
		关注	不关注			
大学生		$\frac{1}{2}n$			$\frac{7}{10}n$	
高中生						
合计		$\frac{3}{5}n$				
α	0.1	0.05	0.0025	0.01	0.001	
χ_a	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828	

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

(1) 完成上述列联表, 依据小概率值 $\alpha = 0.05$ 的独立性检验, 认为关注航天事业发展与学生群体有关, 求样本容量 n 的最小值;

(2) 该市为了提高本市学生对航天事业的关注, 举办了一次航天知识闯关比赛, 包含三个问题, 有两种答题方案选择:

方案一: 回答三个问题, 至少答出两个可以晋级;

方案二: 在三个问题中, 随机选择两个问题, 都答对可以晋级.

已知小华同学答出三个问题的概率分别是 $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$, 小华回答三个问题正确与否相互独立, 则小华应该选择哪种方案晋级的可能性更大?(说明理由)

12. 如图 1, 已知 $ABFE$ 是直角梯形, $EF \parallel AB$, $\angle ABF = 90^\circ$, $\angle BAE = 60^\circ$, C 、 D 分别为 BF 、 AE 的中点, $AB = 5$, $EF = 1$, 将直角梯形 $ABFE$ 沿 CD 翻折, 使得二面角 $F - DC - B$ 的大小为 60° , 如图 2 所示, 设 N 为 BC 的中点.

(1) 证明: $FN \perp AD$;

(2) 若 M 为 AE 上一点, 且 $\frac{AM}{AE} = \lambda$, 则当 λ 为何值时, 直线 BM 与平面 ADE 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{14}$.

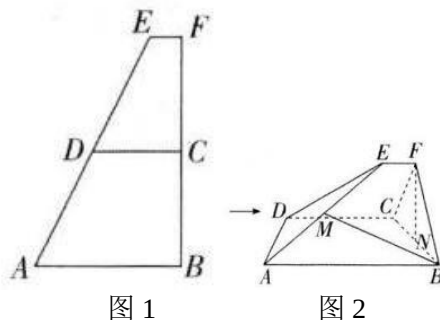


图 1

图 2

13. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$ 的右焦点为 F , 左右顶点分别为 A 、 B , 直线 l 过点 B 且与 x 轴垂直, 点 P 是椭圆上异于 A 、 B 的点, 直线 AP 交直线 l 于点 D .

(1) 若 E 是椭圆的上顶点, 且 $\triangle AEF$ 是直角三角形, 求椭圆的标准方程;

(2) 若 $a = 2$, $\angle PAB = 45^\circ$, 求 $\triangle PAF$ 的面积;

(3) 判断以 BD 为直径的圆与直线 PF 的位置关系, 并加以证明.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 为有穷数列,且 $a_n \in \mathbf{N}^*$,若数列 $\{a_n\}$ 满足如下两个性质,则称数列 $\{a_n\}$ 为 m 的 k 增数列:① $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = m$;②对于 $1 \leq i < j \leq n$,使得 $a_i < a_j$ 的正整数对 (i,j) 有 k 个.
- (1) 写出所有 4 的 1 增数列;
- (2) 当 $n = 5$ 时,若存在 m 的 6 增数列,求 m 的最小值;
- (3) 若存在 100 的 k 增数列,求 k 的最大值.